

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{3, 7, 9\}$, $B = \{7, 3, a+2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

두 집합이 서로 같으려면 $a+2 = 9$ 이어야 하므로 $a = 7$

2. 두께가 각각 8cm, 6cm 인 두 종류의 책 A , B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면? [배점 2, 하중]

- ① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권
 ② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권
 ③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권
 ④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권
 ⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8과 6의 최소공배수인 24이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm가 된다.

이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권)이다.

즉, 두께가 8cm인 책 A 는 3권, 두께가 6cm인 책 B 는 4권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6} \\ \underline{4 \ 3} \end{array}$$

3. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$ 의 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $(A \cap B)^c = \{5, 8, 9, 10\}$, $(A \cup B)^c = \{5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B = \{1, 2, 3, 9, 10\}$
 ② $A - B = \{6\}$
 ③ $A \cap B = \{1, 2, 3\}$
 ④ $B^c = \{5, 6, 8\}$
 ⑤ $B \cap A^c = \{8, 9, 10\}$

해설

⑤ $B \cap A^c = \{9, 10\}$ 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = 3$
 ② $A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$
 ③ $n(\{2, 3, 5\}) - n(\{10, 11, 12\}) = 0$
 ④ $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, $x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다.
 ⑤ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

해설

$A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(A)$
 또는 $A \supset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$

5. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?
[배점 3, 하상]

- ① 2×5 ② 2^2 ③ 3^2
④ 2×3 ⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 공집합은 집합 A 의 부분집합이 아니다.
② 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 는 집합 A 의 부분집합이 아니다.
③ $\{2, 3, 4\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
④ $n(A) = n(B)$ 를 만족하는 집합 B 는 하나만 존재한다.
⑤ 집합 $B = \{1, 2, 3, 6, 12\}$ 일 때, $A = B$ 이다.

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.

- ① 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
② 집합 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합이다.
③ $\{2, 3, 4\} \subset A$ 이다.
④ $n(A) = 6$ 이고, $n(B) = 4$ 인 집합은 무수히 많이 존재한다.
⑤ $4 \notin B$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 초과 } 20 \text{ 미만인 짝수}\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{12, 14, 16, 18\}$
집합 A 의 부분집합의 개수 : $2^4 = 16$

8. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면
11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

9. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.
 8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$
 40 의 배수 : 40, 80, 120...
 따라서, 구하는 두 자리 수는 $40+7 = 47$, $80+7 = 87$ 이다.

10. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.
 수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

9)	108	72	36
4)	12	8	4
	3	2	1

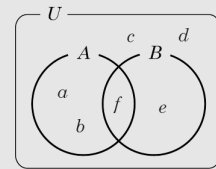
최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)
 공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (명)
 공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

11. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은? [배점 4, 중중]

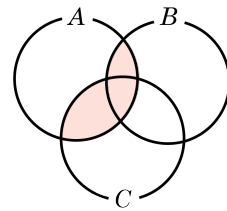
- ① $\{b\}$ ② $\{e\}$ ③ $\{b, e\}$
 ④ $\{c, d\}$ ⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



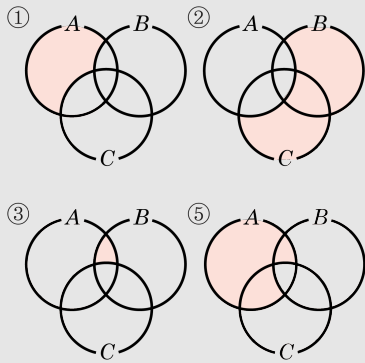
12. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - (B \cup C)$ ② $(B \cup C) - A$
 ③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap (B \cup C)$
 ⑤ $A - (B \cap C)$

해설



13. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2^2 ② 2×5
 ③ $2^2 \times 5^2$ ④ $2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 이므로
 최대공약수는 2×5

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

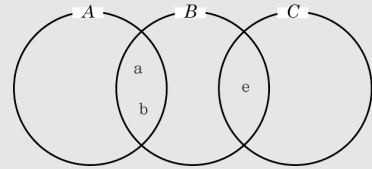
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

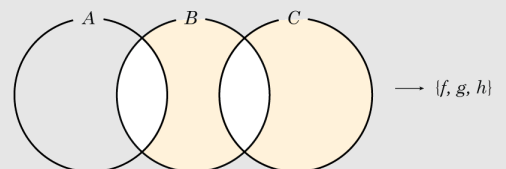
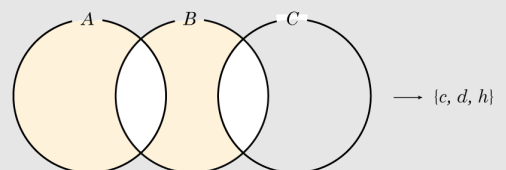
▶ 정답 : $\{a, b, e, h\}$

해설

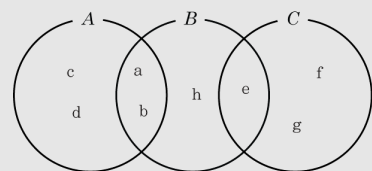
우선 세 조건 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합 A, B, C 는 다음과 같다.



그러므로 $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.

15. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$