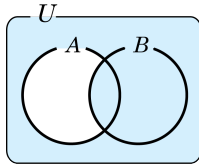


단원 종합 평가

1. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$ 에서

$$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

2. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개
④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고

공약수는 최대공약수의 약수이다.

$\therefore 2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로 공약수의 개수는 9 개이다.

3. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

원소 a 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 a, b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

4. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
③ $B \subset A \subset C$ ④ $A \subset B = C$
⑤ $B \subset A = C$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,
 $72 = 2^3 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore 2 \times 3^2 = 18$

5. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하인 홀수}\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

7. $2^4 < x < 2^5$ 인 자연수 x 를 이진법의 수로 나타내면 n 자리 수가 된다. n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$
 $A = B$ 이므로 $a = 7$, $b = 5$ 또는 $a = 5$, $b = 7$ 이다.
 $\therefore 7 + 5 = 12$

해설

$2^4 = 10000_{(2)}$, $2^5 = 100000_{(2)}$ 이므로
 $10000_{(2)} < x < 100000_{(2)}$
 따라서 x 은 5 자리 수이므로 $n = 5$ 이다.

6. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

8. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 6cm, 8cm, 4cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 빈틈없이 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3456 cm^2

해설

6, 8, 4의 최소공배수는 24이므로, 한 모서리의 길이가 24cm인 정육면체의 겉넓이는
 $24 \times 24 \times 6 = 3456(\text{cm}^2)$

해설

1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
 따라서 소수가 아닌 수는 27이다.

9. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g짜리 저울추가 각각 1개씩 있다. 이들 저울추로 43g의 무게를 측정하려고 할 때, 사용되지 않는 저울추를 모두 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4g, 16g

11. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A_2 \subset A_4$

② $B_2 \subset B_4$

③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$

⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$1 = 1 \times 1$, $2 = 1 \times 2$, $4 = 1 \times 2^2$, $8 = 1 \times 2^3$, 43을 이진법으로 나타냈을 때, 1은 사용되는 저울추를 나타내고, 0은 사용되지 않는 저울추를 나타낸다.
 $43 = 101011_{(2)}$ 이고 2^2 의 자리의 수와 2^4 의 자리의 수가 0이므로 4g, 16g의 추가 사용되지 않는다.

해설

$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$

$B_2 = \{1, 2\}$

$B_4 = \{1, 2, 4\}$

$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$

① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

10. 다음 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$B^c - A^c = B^c \cap (A^c)^c = B^c \cap A = B - A = (A \cap B)$$

㉠ ㉡ ㉢ ㉣

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 ㉢ $B - A$ 이다.

13. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 모든 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 중 a, b 가 서로소인 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cap B = \{1\}$
 ③ $A \cap B = \{a, b\}$ ④ $A \cap B = \{0\}$
 ⑤ $A \cap B = \{\emptyset\}$

해설

$A \cap B$ 는 a, b 의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.

한편, a, b 가 서로소일 때, 두 수의 최대공약수는 1 이다.

$$\therefore A \cap B = \{1\}$$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

- | | |
|--------------|------------------|
| ㉠ A | ㉡ $B - A$ |
| ㉢ $A \cap B$ | ㉣ $\emptyset$ |
| ㉤ $A - B^c$ | ㉥ $A^c \cup B^c$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

$$A \subset B \text{ 이면 } A \cap B = A,$$

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

15. 자연수를 원소로 하는 집합 $A = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 76

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$A = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$$n(A) = 3 \times 5 \times 4 = 60,$$

$B = \{x | x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$$n(B) = 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 64,$$

$A \cap B = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$$n(A \cap B) = 3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48,$$

$$\therefore n(A \cup B) = 60 + 64 - 48 = 76$$