

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

2. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$$2^5 \times 3, \quad 2^3 \times 3 \times 5, \quad 2^4 \times 3^2 \times 7$$

[배점 3, 중하]

- ① 400 ② 410 ③ 420
④ 430 ⑤ 440

해설

$$\begin{array}{r} 2^5 \times 3 \\ 2^3 \times 3 \times 5 \\ 2^4 \times 3^2 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2^3 \times 3 = a$
 최소공배수 : $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

3. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는? [배점 3, 중하]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
④ 6개 ⑤ 8개

해설

6과 9의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18의 배수는 5개

4. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

5. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$ (바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$ (바퀴) 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

6. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

[배점 4, 중중]

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

8. 다음 중에서 짝수로만 짝지어진 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $1_{(2)}, 100_{(2)}, 10010_{(2)}$
② $10_{(2)}, 101_{(2)}, 1111_{(2)}$
③ $110_{(2)}, 1100_{(2)}, 11101_{(2)}$
④ $1001_{(2)}, 11000_{(2)}, 111_{(2)}$
⑤ $10100_{(2)}, 100_{(2)}, 11010_{(2)}$

해설

(짝수) = $a \times 2$ (a 는 자연수)이므로
이진법으로 나타낼 때 일의 자리의 숫자가 0이 된다.

9. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고, 두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.
 $\therefore 105 + 168 = 273$

10. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가? [배점 5, 중상]

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
 ④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
 같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉠ 톱니바퀴는 $60 \div 20 = 3$ (바퀴) 회전하므로
 다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $3 \times 5 = 15$ (바퀴) 이다.

11. 세 자연수의 비가 3 : 5 : 9 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 54
 ▷ 정답 : 90
 ▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad \underline{3} \quad \underline{5} \quad \underline{9} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, x = 18$
 따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

12. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

- ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$
 $\rightarrow$ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.
 $U = \{10, 11, \dots, 99\}$ 이고, 2 의 배수의 집합을 A_2 , 5 의 배수의 집합을 A_5 라 두면,
 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수 $= n(U) - n(A_2) - n(A_5) + n(A_2 \cap A_5) = 90 - 45 - 18 + 9 = 36$

13. 200 에 가장 가까운 7 의 배수를 구하여라. [배점 5, 상하]

- ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 203

해설

$7 \times 28 = 196$, $7 \times 29 = 203$ 이므로 200 에 가장 가까운 7 의 배수는 203 이다.

14. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1 + 1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다.
 그러므로 3 이다.

15. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $n(A - C) = 0$

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$

이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.