

단원 종합 평가

1. 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x > 7$ ② $x < 7$ ③ $x \geq 7$
 ④ $x \leq 7$ ⑤ $x = 7$

2. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16 개이다.
 ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7 개이다.
 ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
 ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
 ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역, 이가 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
 ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1 \therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
 ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
 ④ (참)
 ⑤ (참)

3. 명제 ' p 이면 q 가 아니다' 의 역인 명제의 대우를 구 하면? [배점 2, 하중]

- ① q 가 아니면 p 이다.
 ② q 이면 p 가 아니다.
 ③ p 가 아니면 q 이다.
 ④ p 가 아니면 q 이다.
 ⑤ q 이면 p 이다.

해설

$p \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow q \Rightarrow$
 p 가 아니면 q 이다.

4. 50명의 수험생 중 문제 a 의 정답지는 36명, 문제 b 의 정답지는 29명, 문제 a, b 를 모두 정확히 풀 수험생은 21명이다. 이 때 문제 a, b 를 모두 틀린 수험생의 수를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 2 명 ② 4 명 ③ 6 명
 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

문제 a 의 정답자를 A , 문제 b 의 정답자를 B 라고 할 때 $n(A) = 36, n(B) = 29, n(A \cap B) = 21, n(U) = 50, n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 44$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 50 - 44 = 6$

5. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는? [배점 3, 하상]

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
- ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
- ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
- ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
- ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

6. 명제 “ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.”는 거짓이다. 다음 중에서 반례인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $x = 1$ ② $x = 12$ ③ $x = 10$
- ④ $x = 8$ ⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다. 즉 $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

7. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은? [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{3, 4, 5\}$ ④ $\{2, 3, 4, 5\}$
- ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)

$x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)

$x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)

$x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)

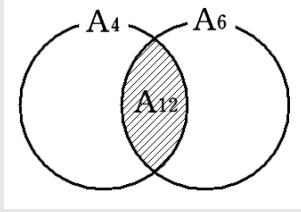
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

8. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A_4 \subset A_2$
- ② $A_4 \cup A_6 = A_{12}$
- ③ $A_2 \cap A_3 = A_6$
- ④ $(A_2 \cap A_3) \subset (A_3 \cup A_4)$
- ⑤ $A_3 \cap A_5 = A_{15}$

해설

$$A_4 \cap A_6 = A_{12}, \quad A_4 \cup A_6 \neq A_{12}$$



9. 다음은 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cap (B \cap A^c)$ 를 간단히 하는 과정이다.

$$\begin{aligned} & (A - B) \cap (B \cap A^c) \\ &= (\ominus) \cap (B \cap A^c) \\ &= A \cap (\ominus) \cap A^c \\ &= (A \cap A^c) \cap (\ominus) \\ &= (\omin�) \cap (\omin�) = (\omin�) \end{aligned}$$

빈 칸에 들어갈 식을 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(\ominus) A \cup B^c$ ② $(\omin�) B^c \cup B$
 ③ $(\omin�) U$ ④ $(\omin�) \phi$
 ⑤ $(\omin�) U$

해설

$$\begin{aligned} (\ominus) : A - B &= A \cap B^c \\ (\omin�) : (A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) &= A \cap (B^c \cap B) \cap A^c \\ (\omin�), (\omin�), (\omin�) : (A \cap A^c) \cap (B^c \cap B) &= \emptyset \cap \emptyset = \emptyset \end{aligned}$$

10. 집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여, 조건 $X \subset U, \{a, c\} \cap X = \phi$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

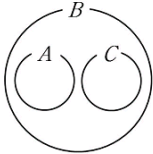
집합 X 는 a, c 를 포함하지 않아야 한다. 따라서 $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

11. 다음의 두 명제 p, q 가 참일 때,

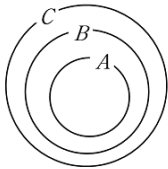
$p : x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다.
 $q : x \notin C$ 이면 $x \notin B$ 이다.

세 집합 A, B, C 사이의 포함관계를 벤다이어그램으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

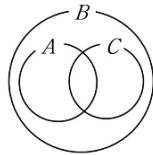
①



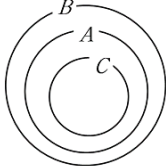
②



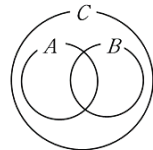
③



④



⑤



해설

조건 $p : A \subset B$ 조건 $q : C^c \subset B^c \leftrightarrow B \subset C$
 $\therefore A \subset B \subset C$

12. 자연수 N 의 배수의 집합을 A_N 이라 할 때,
 $(A_4 \cap A_6) \supset A_a$ 을 만족하는 a 의 최솟값을 m ,
 $(A_4 \cup A_6) \subset A_b$ 을 만족하는 b 의 최댓값을 M 이라
 할 때, $M - m$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -10 ② 28 ③ 14 ④ 10 ⑤ -14

해설

$(A_4 \cap A_6) \supset A_a \rightarrow m = 12 (\because 4, 6 \text{의 } L.C.M)$
 $(A_4 \cup A_6) \subset A_b \rightarrow M = 2 (\because 4, 6 \text{의 } G.C.D)$
 $\therefore M - m = -10$

13. 자연수 전체의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을
 N_k 라 할 때, 다음 중 집합 $(N_2 \cup N_4) \cap N_3$ 와 같은
 집합은? [배점 4, 중중]

- ① N_2 ② N_6 ③ N_8
 ④ N_{12} ⑤ N_{24}

해설

N_2 는 2의 배수의 집합이고, N_4 는 4의 배수의 집
 합이므로 $N_4 \subset N_2 \therefore N_2 \cup N_4 = N_2$ 또, N_3 은 3
 의 배수의 집합이므로 $N_2 \cap N_3$ 는 2의 배수이면서
 3의 배수의 집합이다. $\therefore N_2 \cap N_3 = N_6$
 $\therefore (N_2 \cup N_4) \cap N_3 = N_2 \cap N_3 = N_6$

14. 다음은 'a, b, c가 자연수일 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 3의 배수이다.'임을 증명한 것이다.

a, b가 모두 (가)가 아니라고 가정하면, $a = 3m \pm 1, b = 3n \pm 1$ (단, m, n은 자연수)로 놓을 수 있다. 이 때, $a^2 + b^2 = 3M + (\text{나})$ (단, M은 자연수) ... ㉠또, $c = 3l, 3l \pm 1$ (단, l은 자연수)라 하면, $c^2 = 3M'$ 또는 $c^2 = 3M'' + (\text{다})$ (단, M', M'' 은 자연수)가 되어 ㉠의 $3M + (\text{나})$ 의 꼴로는 쓸 수 없다. 따라서, 모순이므로 a, b 중 적어도 하나는 3의 배수이어야 한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 적으면? [배점 4, 중중]

- ① 자연수, 1, 2 ② 자연수, 2, 1
 ③ 3의 배수, 1, 2 ④ 3의 배수, 2, 1
 ⑤ 3의 배수, 2, 2

해설

a, b가 모두 3의 배수가 아니라고 가정하면 $a = 3m \pm 1, b = 3n \pm 1$ (단, m, n은 자연수)로 놓을 수 있다. 이 때, $a^2 + b^2 = (3m \pm 1)^2 + (3n \pm 1)^2 = 3\{3(m^2 + n^2) \pm 2(m + n)\} + 2 = 3M + 2$ (단, M은 자연수) ㉠
 한편, $c = 3l, 3l \pm 1$ (단, l은 자연수)로 놓을 수 있으므로 $c^2 = 9l^2$ 또는 $c^2 = (3l \pm 1)^2 = 3(3l^2 \pm 2l) + 1$ 즉, $c^2 = 3M'$ 또는 $c^2 = 3M + 1$ (단, M', M 은 자연수)의 꼴이 되어 ㉠의 $3M + 2$ 의 꼴로 쓸 수 없다. 따라서, 모순이므로 a, b 중 적어도 하나는 3의 배수이다.

15. 집합 $N = \{n_1, n_2, \dots, n_7\}$ 의 부분집합 중에서 n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 3×2^4 ② 4×2^4 ③ 7×2^4
 ④ 8×2^4 ⑤ 5×2^5

해설

n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 N의 부분집합은 n_1, n_3, n_7 을 하나도 포함하지 않는 부분집합의 여집합이므로 $2^7 - 2^4 = 2^4(2^3 - 1) = 7 \times 2^4$