

# 단원 종합 평가

1. 명제 “ $a > b$  이면  $a^2 \geq b^2$  이다 ”의 대우를 구하면?  
[배점 2, 하중]

- ①  $a^2 \geq b^2$  이면  $a > b$ 이다
- ②  $a^2 > b^2$  이면  $a \geq b$ 이다
- ③  $a^2 < b^2$  이면  $a \leq b$ 이다
- ④  $a \leq b$  이면  $a^2 < b^2$ 이다
- ⑤  $a \geq b$  이면  $a^2 > b^2$ 이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는  $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.  
 $\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$

2.  $x - 4 = 0$  이  $x^2 + ax - 48 = 0$  이기 위한 충분조건일 때, 실수  $a$ 의 값은?  
[배점 3, 하상]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$   
 $\therefore 16 + 4a - 48 = 0$   
 $\therefore a = 8$

3. 다음 중  $A \subset B$ 와 같은 것이 아닌 것은?  
[배점 3, 하상]

- ①  $A \cup B = B$                       ②  $A^c \cup B = U$
- ③  $A - B = \emptyset$                       ④  $B - A = B$
- ⑤  $B^c \subset A^c$

해설

$A \subset B$   
 $\Leftrightarrow A \cup B = B$   
 $\Leftrightarrow A - B = \emptyset$   
 $\Leftrightarrow B^c \subset A^c$   
 $\Leftrightarrow A^c \cup B = U$

4. 다음에서 두 집합  $A, B$ 가 서로소인 것을 고르면?  
[배점 3, 하상]

- ①  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x|x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$
- ②  $A = \{x|x \geq 1 \text{인 실수}\},$   
 $B = \{x|x \leq 1 \text{인 실수}\}$
- ③  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ④  $A = \{3, 4, 5\},$   
 $B = \{x|x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ⑤  $A = \{x|x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}, B =$   
 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$A = \{x|x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\} =$   
 $\{3, 5, 7, 9, \dots\}$

5. 다음 명제 중에서 그 역이 참인 것은? (단, 문자는 실수) [배점 3, 중하]

- ①  $x = 0$  이면  $xy = 0$  이다.
- ②  $x \geq 1$  이면  $x^2 \geq 1$  이다.
- ③  $x \leq 1$  이고  $y \leq 1$  이면  $x + y \leq 2$  이다.
- ④  $a^2 + b^2 > 0$  이면  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  이다.
- ⑤  $a = b$  이고  $c = d$  이면  $a + c = b + d$  이다.

해설

역인 명제는

- ①  $xy = 0$  이면  $x = 0$  (거짓) (반례 :  $x = 1, y = 0$ )
- ②  $x^2 \geq 1$  이면  $x \geq 1$  (거짓) (반례 :  $x = -1$ )
- ③  $x + y \leq 2$  이면  $x \leq 1$  이고  $y \leq 1$  (거짓) (반례 :  $x = 2, y = 0$ )
- ④  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  이면  $a^2 + b^2 > 0$  (참)
- ⑤  $a + c = b + d$  이면  $a = b$  이고  $c = d$  (거짓) (반례 :  $a = -1, b = -2, c = 3, d = 4$ )

6. 조건  $p$  가 조건  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 <보기> 중에서 모두 고른 것은? (단,  $a, b$  는 실수이다.)

- ㉠  $p : a \geq b \quad q : a^2 \geq b^2$
- ㉡  $p : a + b \leq 2 \quad q : a \leq 1$  또는  $b \leq 1$
- ㉢  $p : |a - b| = |a| - |b| \quad q : (a - b)b \geq 0$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡                ⑤ ㉡, ㉢

해설

$p \rightarrow q$  가 참이고  $q \rightarrow p$  가 거짓인 것을 찾는다.

- ㉠  $a \geq b \rightarrow a^2 \geq b^2$  (참)  $a^2 \geq b^2 \rightarrow a \geq b$  (거짓), 반례 :  $a = -4, b = 3$
- ㉡  $a + b \leq 2, \rightarrow a \leq 1$  또는  $b \leq 1$  (참)  $a \leq 1$  또는  $b \leq 1 \rightarrow a + b \leq 2$  (거짓) 반례 :  $a = 0, b = 3$
- ㉢  $|a - b| = |a| - |b| \leftrightarrow (a - b)b \geq 0$   $p, q$  모두  $a \geq b, b \geq 0$  또는  $a \leq b, b \leq 0$  이므로 필요충분조건이다

7. 명제  $\sim p \rightarrow q$  와  $r \rightarrow \sim p$  가 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ①  $\sim q \rightarrow p$                       ②  $\sim q \rightarrow \sim r$
- ③  $p \rightarrow \sim r$                       ④  $r \rightarrow q$
- ⑤  $q \rightarrow r$

해설

$\sim p \rightarrow q$  (T) 그의 대우  $\sim q \rightarrow p$  (T),  $r \rightarrow \sim p$  (T) 그의 대우  $p \rightarrow \sim r$  (T) 또한  $r \rightarrow \sim p, \sim p \rightarrow q$  이므로,  $r \rightarrow q$  (T) 그의 대우  $\sim q \rightarrow \sim r$  (T)

8. 전체집합  $U$  의 부분집합  $A, B$  에 대하여  $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B$  를 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ①  $A \cap B$                       ②  $A - B$                       ③  $B$
- ④  $A \cup B$                       ⑤  $A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cap B \\ &= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

9. 다음은 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $(A - B) \cap (B \cap A^c)$ 를 간단히 하는 과정이다.

$$\begin{aligned} & (A - B) \cap (B \cap A^c) \\ &= (\ominus) \cap (B \cap A^c) \\ &= A \cap (\omin�) \cap A^c \\ &= (A \cap A^c) \cap (\omin�) \\ &= (\omin�) \cap (\omin�) = (\omin�) \end{aligned}$$

빈 칸에 들어갈 식을 바르게 나타낸 것은?  
[배점 3, 중하]

- ①  $(\omin�) A \cup B^c$       ②  $(\omin�) B^c \cup B$   
 ③  $(\omin�) U$       ④  $(\omin�) \phi$   
 ⑤  $(\omin�) U$

해설

$$\begin{aligned} (\omin�) : A - B &= A \cap B^c \\ (\omin�) : (A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) &= A \cap (B^c \cap B) \cap A^c \\ (\omin�), (\omin�), (\omin�) : (A \cap A^c) \cap (B^c \cap B) &= \emptyset \cap \emptyset = \emptyset \end{aligned}$$

10. 다음 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라고 할 때,  $Q^c \subset P^c$ 인 경우는? [배점 4, 중중]

- ①  $p : x \leq 1 \quad q : x \leq 1$   
 ②  $p : x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \quad q : x = 1$   
 ③  $p : a > 0, b > 0 \quad q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1$   
 ④  $p : x$ 가 3의 배수  $q : x$ 는 9의 배수  
 ⑤  $p : x^2 - 1 = 0 \quad q : (x + 1)^2 = 0$

해설

$$\begin{aligned} & Q^c \subset P^c, P \subset Q \\ & \text{① } Q \subset P \\ & \text{② } Q \subset P \\ & \text{④ } Q \subset P \\ & \text{⑤ } Q \subset P \\ & \text{③ } q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 \geq 0 \\ & \rightarrow (a - 1)^2 + b^2 \geq 0 \rightarrow a, b \text{는 모든 실수} \end{aligned}$$

11.  $p_n$ 이 다음과 같을 때,  $f(p_n) = 1$ ( $p_n$ 이 명제이면)  $f(p_n) = -1$ ( $p_n$ 이 명제가 아니면)로 정의한다. 이 때,  $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단,  $n = 1, 2, 3$ )

$$\begin{aligned} p_1 : x^2 - x - 2 &= 0 \\ p_2 : 16 \text{의 양의 약수는 모두 짝수이다.} \\ p_3 : \sqrt{3} \text{은 유리수이다.} \end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} \{1(p_n \text{이 명제이다.})\} \\ -1(p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$  명제가 아니다. ( $\because x$  값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$  모두 거짓인 명제이다.  $\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$

12. 집합  $B = \left\{x \mid -5 \leq 2x - 3 \leq 5, \frac{x+1}{2} \text{은 정수}\right\}$  를 원소나열법으로 나타냈을 때, 원소의 합은?  
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$-5 \leq 2x - 3 \leq 5$  에서  $-1 \leq x \leq 4$  이므로 이 범위에 속하는 정수는  $-1, 0, 1, 2, 3, 4$  이고, 이 중에서  $\frac{x+1}{2}$  의 값을 정수로 하는 것은  $x = -1, 1, 3$  이다.  
 $\therefore B = \{-1, 1, 3\}$

13. 세 집합  $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}, B = \{x \mid x \leq a\}, C = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq b\}$  에 대하여,  $A$  는  $C$  이기 위한 필요조건이고,  $A$  는  $B$  이기위한 충분조건일 때,  $a$  의 최솟값을  $M, b$  의 최댓값을  $n$  라고 하면  $2M - n^2$  의 값은?  
[배점 5, 중상]

- ① -24                      ② -12                      ③ 0  
④ 12                        ⑤ 24

해설

i)  $C \subset A$  조건에 만족하려면  $b \leq 6$

$\therefore b$  의 최댓값,  $n = 6$

ii)  $A \subset B$  조건에 만족하려면  $a \geq 6 \therefore a$  의 최솟값  $M = 6 \Rightarrow 2M - n^2 = -24$

14. 임의의 집합  $X$  에 대하여 집합  $A, B$  가  $A \cap (B \cup X) = A \cup (B \cap X)$  를 만족할 때, 다음 중 집합  $A, B$  의 관계로 옳은 것은?  
[배점 5, 중상]

- ①  $A = B$                       ②  $A \subset B^c$   
③  $A \cup B = U$                 ④  $A = \emptyset$   
⑤  $A \cap B = \emptyset$

해설

집합  $X$  가 임의의 집합이므로  $X = \emptyset$  일 때와  $X = U$  ( $U$  는 전체집합) 일 때를 생각해 본다.

i)  $X = \emptyset$  일 때,  $A \cap (B \cup \emptyset) = A \cap B, A \cup (B \cap \emptyset) = A \cup \emptyset = A$  이므로  $A \cap B = A \therefore A \subset B$

ii)  $X = U$  일 때,  $A \cap (B \cup U) = A \cap U = A, A \cup (B \cap U) = A \cup B$  이므로  $A = A \cup B \therefore B \subset A$

i), ii) 에서  $A = B$

또, 역으로  $A = B$  이면 주어진 식을 만족한다.