

단원 종합 평가

1. $A = \{ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \}$ 에서 $a_1 \in X, a_2 \in X, a_5 \notin X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

a_1, a_2 는 속해있고 a_5 는 속해있지 않은 A 의 부분집합은 $\{a_3, a_4, a_6\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$ (개)

2. 6개의 원소로 된 집합 A 가 있다. 집합 A 의 원소가 하나 증가하면 A 에서 만들어지는 부분집합의 총수는 몇 개 증가하는가? [배점 2, 하중]

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 63 개
④ 64 개 ⑤ 128 개

해설

6개의 원소로 된 집합 A 의 부분집합의 개수는 $\Rightarrow 2^6 = 64$
7 개의 원소로 된 집합 A 의 부분집합의 개수는 $\Rightarrow 2^7 = 128$
 $\therefore 128 - 64 = 64$ (개)

3. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 4는 12의 약수이다.
② $x + y = 10$ 이다.
③ $|-3| = -3$
④ $x = 2$ 일 때, $x - 1 > 0$
⑤ x 는 무리수이다.

해설

① 참, ③ 거짓, ④ 참 따라서 명제는 ①, ③, ④

4. 다음 중 거짓인 명제는?

[배점 2, 하중]

- ① 직사각형은 사다리꼴이다.
② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.
③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.
④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.
⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

5. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 2a\}$, $B = \{a - 2, a + 1\}$ 가 있다. $A \cap B^c = \{2, 3\}$ 일 때, $B - A$ 의 원소의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

① -3 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

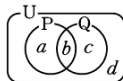
해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 3\}$ 이므로 집합 A 에서 $a^2 - 2a = 3$ 이다. $a = -1$ or 3

i) $a = -1$ 일 때, 집합 $B = \{-3, 0\}$ 이 되어 조건을 만족하지 않는다.

ii) $a = 3$ 이면 집합 $B = \{1, 4\}$ 가 되어 조건을 만족한다. 이때 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$
 $\therefore B - A = \{4\}$ 이다.

6. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가? [배점 3, 하상]



- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$
 P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

7. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a + b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

[배점 3, 하상]

- ① $a + b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
 ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a + b$ 가 짝수이다.
 ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a + b$ 가 짝수이다.
 ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a + b$ 가 홀수이다.
 ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a + b$ 가 홀수이다.

해설

생략

8. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는? [배점 3, 하상]

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
 ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
 ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
 ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
 ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

9. 전체집합 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \leq 2$ 에 대하여 “ p 이고 q 가 아니다.”를 만족하는 집합의 원소들의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$P = \{0, 3\}$, $Q = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 주어진 조건의 진리집합을 A 라 하면 $A = P \cap Q^c = P - Q$ 을 구하면 된다.
 $\therefore A = \{3\}$

10. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \phi$ 이고 $n(A) = 6$, $n(B) = 7$, $n(C) = 4$, $n(A \cup C) = 8$, $n(B \cup C) = 9$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$n(A \cap C) = 6 + 4 - 8 = 2$, $n(B \cap C) = 7 + 4 - 9 = 2$,
 $n(A \cup B \cup C) = 6 + 7 + 4 - 2 - 2 = 13$

11. 다음 <보기> 의 () 안에 알맞은 것을 차례로 적어시오. (가) 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위 한 () 조건이다. (나) $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 () 조건이다.

[배점 3, 중하]

① 충분, 충분

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

(가) $A \cup C = B \cup C$

$\frac{x}{0}$

$A = B$ 반례) $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{1, 2\}$ 인 경우 $\therefore$ 필요조건

(나) $x^2 - 2xy + y^2 = 0$, $(x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$ $\frac{x}{0}$ $x = y = 0 \therefore$ 필요조건

12. 실수 전체집합에 대하여 세 조건 p, q, r 이 아래와 같을 때 다음 중 참인 명제는?

$p : x > 1$, $q : 1 < x < 2$, $r : x < 2$

[배점 3, 중하]

① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow r$

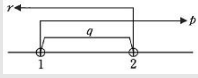
③ $q \rightarrow r$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p: x > 1, q: 1 < x < 2, r: x < 2$



$\therefore Q \subset P, Q \subset R$ 이므로, $q \rightarrow p, q \rightarrow r$ (참)

13. 세 조건 p, q, r 에 대하여 r 이 $\sim q$ 이기 위한 충분조건, q 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $p \rightarrow q$ ② $r \rightarrow \sim q$
 ③ $p \rightarrow \sim r$ ④ $q \rightarrow \sim r$
 ⑤ $\sim p \rightarrow r$

해설

$r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow \sim r(T) \dots$
 $\neg p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T) \dots \neg$
 $\neg, \neg$ 에서 $r \rightarrow \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow r \rightarrow \sim p(T)$
 $\Rightarrow p \rightarrow \sim r(T)$

14. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $p: x = 0$ 이고 $y = 0$ $q: xy = 0$
 ② $p: x^2 = 9$ $q: x = 3$
 ③ $p: x, y$ 는 모두 짝수 $q: x + y$ 는 짝수
 ④ $p: x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ $q: xy \neq 0$
 ⑤ $p: x$ 는 유리수 $q: x^2$ 은 유리수

해설

- ① $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 0, y = 1$)
 ② $p \rightarrow q$: 거짓 ($x^2 = 9$ 이면 $x = \pm 3$)
 ③ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 1, y = 3$ 이면 $x + y = 4$)
 ④ 필요충분조건
 ⑤ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = \sqrt{2}$ 이면 $x^2 = 2$)

15. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ② $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 ③ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $B \subset (A \cup C)$ 이다.
 ④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cap C)$ 이다.
 ⑤ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

해설

③번을 벤다이어그램으로 나타내면, 거짓임을 알 수 있다.



16. 집합 $A = \{2a - b \mid 3a + 2b \leq 10, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 와 서로 같은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x \mid -1 < x < 3, x \text{는 정수}\}$
 ② $\{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$
 ③ $\{x \mid 1 < x < 5, x \text{는 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \text{는 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid 1 \leq x \leq 5, x \text{는 자연수}\}$

해설

$3a + 2b \leq 10$ 을 만족하는 자연수 a, b 의 순서쌍은 $(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2)$ 이므로,
 $2a - b = \{1, 0, -1, 3, 2\}$
 $\therefore A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$

17. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면)
 $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때,
 $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

[배점 4, 중중]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.
 $\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$

18. 다음 중에서 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $p : a = b \quad q : ac = bc$
 ② $p : a > b \quad q : a^2 > b^2$
 ③ $p : A \subset (B \cap C) \quad q : A \subset (B \cup C)$
 ④ $p : x + y = 1 \quad q : x = 2, y = -1$
 ⑤ $p : |x - 1| < 1 \quad q : |x| < 1$

해설

$q \rightarrow p$ 가 참. 즉, 주어진 명제의 역이 참인 것을 찾는다.

- ① 충분조건 반례 : $c = 0, a = 1, b = 2$
 ② 충분조건 반례 : $a = -2, b = -1$
 ③ 합집합에 포함된다 하여 교집합에 포함된다 고 할 수 없다. $(B \cap C) \subset (B \cup C)$ 이므로 $p \rightarrow q$ (충분조건)
 ④ 역 : $x = 2, y = -1$ 이면 $x + y = 1$ 이다. (참)
 ⑤ $|x - 1| < 1 \Rightarrow 0 < x < 2, |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ 이므로 $q \not\Rightarrow p$

19. $P(A) = \{x | x \subset A\}$ 라고 정의할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $P(A) \supset A$ ② $P(A) \supset \{A\}$
 ③ $P(A) \supset \emptyset$ ④ $P(A) \ni \{A\}$
 ⑤ $P(A) \ni \emptyset$

해설

$A = \{a, b\}$ 일 때, $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
 $\rightarrow P(A) \ni A,$
 $\therefore P(A) \supset \{A\}$
 $\rightarrow P(A) \supset \emptyset$ (공집합은 모든 집합의 부분집합)
 $\rightarrow P(A) \ni \emptyset$ ($\emptyset$ 이 원소이므로)

해설

$P(A)$ 는 집합 A 의 부분집합으로 이루어진 집합이다. 즉, $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2, \{1, 2\}\}, A\}$
 따라서, ①, ②, ④, ⑤는 모두 옳다.

20. 집합 A 에 대하여 $P(A) = \{X | X \subset A\}$ 라고 하자. $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ $\{\{1, 2\}\} \in P(A)$
 ㉡ $\{\{1, 2\}\} \subset P(A)$
 ㉢ $\emptyset \in P(A)$
 ㉣ $\emptyset \subset P(A)$

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 없다.