

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.

② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.

③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.

④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.

⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

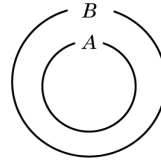
③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

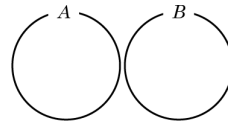
2. 다음 중 $B \subset A$ 인 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

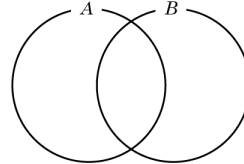
①



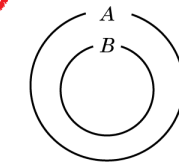
②



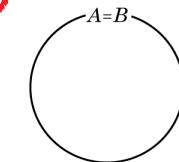
③



④



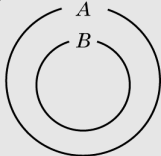
⑤



해설

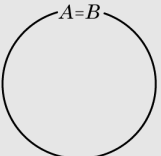
A 집합의 모든 원소가 B 집합의 원소가 되는 그림을 찾으려면

④



와

⑤



뿐이다.

3. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일 최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.

두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지역}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다 낮은 지역}\}$

에 대하여 $A \cup B$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① {충남, 충북}
- ② {서울 / 경기, 충남, 충북}
- ③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 독도}
- ④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
- ⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이고,

$B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

4. 어느 학급 학생 50 명 중 동물을 좋아하는 학생은 24 명, 식물을 좋아하는 학생은 27 명, 동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은 39 명이라고 한다. 이 때, 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

동물을 좋아하는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 24$

식물을 좋아하는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$

동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은

$$n((A - B) + (B - A)) = 39$$

동물과 식물을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 24 + 27 - 6 = 45$$

$$\therefore (A \cup B)^c = 50 - 45 = 5$$

따라서 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 모두 5 명이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3, n(B - A) = 5, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

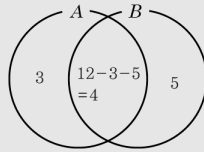
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
 $12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$
 [별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

6. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 크고 } 16 \text{보다 작은 짝수}\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
 ② $\{10, 14, 16\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.
 ③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개다.
 ④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개다.
 ⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개다.

해설

$A = \{10, 12, 14\}$

- ③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.
 ④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.
 ⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(A \cap B) = 11$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 14$,
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46$,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $46 = 36 + n(B) - 11$
 $\therefore n(B) = 21$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A - B) = 5, n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 3의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9는 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

12. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A_2 \subset A_4$

② $B_2 \subset B_4$

③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$

⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$

$B_2 = \{1, 2\}$

$B_4 = \{1, 2, 4\}$

$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$

① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

13. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 C 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $B \not\subset C$ ㉡ $C \subset A$
 ㉢ $1 \in C, 3 \in C$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

㉠과 ㉢에 의하여 $1 \in C, 3 \in C, 5 \notin C$ 이다.
 따라서, 집합 C 는 1 과 3 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 A 의 부분집합이므로 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$ (개)이다.

14. 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

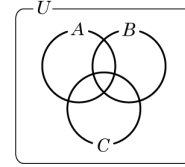
▶ 답:

▷ 정답: 7개

해설

집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6 이므로 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 $2^3 - 1 = 7$ (개)이다.

15. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ㉠ A ㉡ B ㉢ C
 ㉣ $\emptyset$ ㉤ $A - B$

해설

$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로 $A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

16. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ㉠ $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ㉡ $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ㉢ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
 ㉣ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
 ㉤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ㉠ $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
 ㉢ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
 ㉣ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

17. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$\begin{aligned} n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \\ &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

18. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} n(\{\{0\}, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) &= 4 \times \\ 2 - 0 &= 8 \end{aligned}$$

19. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

20. 집합 $U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.

전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,

A 의 모든 원소의 합은 15 이므로

$$\text{집합 } B \text{ 의 모든 원소의 합은 } 55 - 15 = 40$$

21. $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 이다.
 $n(A \cap B \cap X) = 1$, $B \cup X = B$ 인 집합 X 는 모두 몇
 개인가? [배점 5, 상하]

- ① 21 개 ② 22 개 ③ 23 개
 ④ 24 개 ⑤ 25 개

해설

$A \cap B = \{2, 4, 6\}$, $B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$,
 즉 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 2, 4, 6 중
 어느 하나만 원소로 갖는 집합이므로
 2, 4, 6 중 2 만을 원소로 가질 때 $2^3 = 8$
 4, 6 만을 원소로 가질 때에도 마찬가지로
 집합 X 의 개수는 $8 \times 3 = 24$ (개)

22. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k =$
 $\{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap$
 $A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

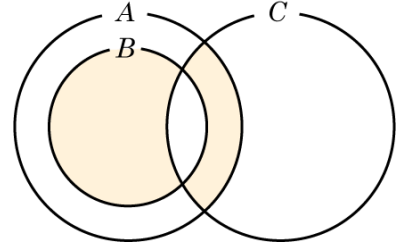
▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 $\vdots$
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10}) = 10$

23. 다음 벤 다이어그램에서 $n(A) = 20$, $n(B) = 10$,
 $n(C) = 15$, $n(B \cup C) = 21$, $n(A \cup B \cup C) = 25$
 일 때, 빗금 친 부분이 나타내는 집합의 원소의 개소를
 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B \cup C = A \cup C$ 이다.
 $n(A \cup B \cup C) = n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C)$
 $\rightarrow n(A \cap C) = 10$,
 $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) \rightarrow n(B \cap C) =$
 4 ,
 빗금 친 부분은 $(B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))$
 이므로,
 $n((B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))) = n(B) - n(B \cap C)$
 $+ n(A \cap C) - n(B \cap C) = 10 - 4 + 10 - 4 = 12$

24. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신
 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한
 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택
 한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은
 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였
 다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를
 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 63 명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,

두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,

세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$,

세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,

$n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$ 이므로,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$

,
 $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$

$= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$

$\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B, B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$

이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

25. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $n(A - C) = 0$

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$