

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소는 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{0\}$

▷ 정답 : $\{0, 1\}$

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소 2를 포함하지 않는 부분집합을 원소의 개수별로 차례대로 구하면 $\{0\}$, $\{0, 1\}$ 이다

2. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?

승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요.
이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.

(그 날 저녁)

친구들 : 안녕하세요.

엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?

승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5명

해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명)이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10 = 2$ (명)이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7-2 = 5$ (명)이다.

3. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$

$B \subset A$ 이므로 $a \in A$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5 를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

5. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4 의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로 $2^{(\text{홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수})} = 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$ (개)

8. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 에서 $n(A) = 4, n(B) = 6$ 이므로
 $n(A) + n(B) = 10$ 이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$
 따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
 $\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4 개

10. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임
- ㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임
- ㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 7 의 배수의 모임
- ㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉡ ‘잘치는’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A) = 24, n(A \cap B) = 15, n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9,$
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41,$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$
 $41 = 24 + n(B) - 15$
 $\therefore n(B) = 32$

12. 100 이하의 자연수 중에서 3의 배수이지만 5의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 27개

해설

$n(A) = 33, n(B) = 20, n(A \cap B) = 6$ 이다.
 $\therefore n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 33 - 6 = 27$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}, B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 보기의 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $A \cap X = X$
 ㉡ $(A - B) \cup X = X$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고
 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다. 따라서 $\{4, 8, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 짝수}\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = \{3\}$ ② $A - B = \{2, 4, 6\}$
 ③ $B \cap A^c = \{2, 3, 5\}$ ④ $A^c \cap B^c = \{2, 9\}$
 ⑤ $(A \cup B)^c = \{1, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로
 ① $A \cap B = \{2\}$
 ② $A - B = \{4, 6, 8\}$
 ③ $B \cap A^c = \{3, 5, 7\}$
 ④ $A^c \cap B^c = \{1, 9\}$

15. 두 집합 $A = \{1, 4, 6, 7, a\}, B = \{2, 3, b, b+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{1, 5, 6\}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

집합 A 에서 $a = 5$
 $A \cap B = \{4, 7\}$ 이므로
 (i) $b+3 = 4$ 일 때, $b = 1$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ $A \cap B = \{1, 4\}$ (×)
 (ii) $b = 4$ 일 때,
 $B = \{2, 3, 4, 7\}$ $A \cap B = \{4, 7\}$ (○)
 $\therefore a+b = 5+4 = 9$

16. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 사이의 포함 관계는?
 [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $B \subset C \subset A$
 ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $B = \{5, 10\}$
 $C = \{1, 2, 5, 10\}$
 $\therefore B \subset C \subset A$

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는 모두 몇 개인가?
 [배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이면 $\square$ 는 8의 약수이어야 한다. 따라서 $\square$ 는 1, 2, 4, 8의 4개이다.

18. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ 의 두 부분집합 A , B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A , B 의 원소의 합을 각각 $S(A)$, $S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 230

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
 각 원소를 아무렇게나 배열해도 원소의 합은 같다.
 $\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + (30 + 50) = 230$

19. 두 집합 $A = \{3, a, a^2\}$, $B = \{b, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 이고, a, b, c 가 서로 다른 자연수일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 93

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$
 $9 \in B$ 이므로 $9 \in A$
 $a = 9$ 또는 $a^2 = 9$
 (i) $a = 9$ 일 때, $A = \{3, 9, 81\}$, $B = \{b, c, 9\}$
 $\therefore b = 3, c = 81$ 또는 $b = 81, c = 3$
 (ii) $a^2 = 9$ 일 때, $a = 3$ (a 는 자연수)
 $A = \{3, 3^2\} = \{3, 9\}$, $B = \{b, c, 9\}$
 b 또는 c 가 3이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.
 $\therefore a + b + c = 9 + 3 + 81 = 93$

20. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하인 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | 3 \leq x < 20 \text{인 홀수}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{6, 12, 18, \dots, 96\}$,
 $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이므로
 $n(A) = 16$, $n(B) = 9$
 $\therefore 16 - 9 = 7$

21. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B 는? [배점 5, 중상]

- ① $\{2, 3, 4\}$ ② $\{3, 4, 5\}$
 ③ $\{3, 4, 5, 6\}$ ④ $\{3, 4, 5, 7\}$
 ⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다.
 따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y | x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

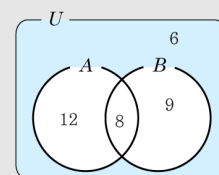
23. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



24. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 a, d 를 항상 원소로 갖는 집합이고 B 가 아니므로
 $\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, d, e\}$,
 $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, d, e\}$,
 $\{a, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7개이다.

25. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.
 다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

26. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a+1, 4a-3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

$$(i) 3a = 2 \text{ 이면 } a = \frac{2}{3}$$

$$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}, B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

$$(ii) \frac{a}{3} + 1 = 2 \text{ 이면 } a = 3$$

$$A = \{2, 4, 9\}, B = \{3, 4, 9\}$$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$$\therefore a = 3$$

27. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(U)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값은 56

▷ 정답 : 최솟값은 41

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7$,
 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$ 이므로,
 $0 \leq n(A \cap B) \leq 15$ 이고,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 49 - n(A \cap B)$
따라서 $n(A \cup B)$ 의 최댓값과 최솟값은 각각 49, 34 이므로
 $n(U)$ 의 최댓값은 $49 + 7 = 56$, 최솟값은 $34 + 7 = 41$

28. 집합 $A_N = \{x | x \text{ 는 } N \text{ 의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개일 때, N 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개라면,
 A_N 의 부분집합의 개수는 8 개이다.
원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
집합 A_N 의 원소의 개수는 3 개이다.
 N 의 약수의 개수가 3 개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
따라서 가장 작은 소수인 2 의 제곱수인 4 가 N 의 최솟값이다.

29. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로
집합 A 를 구하면,
 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$,
 $a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.
 $\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

30. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 63 명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,

두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,

세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$,

세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,

$n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$ 이므로,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$,

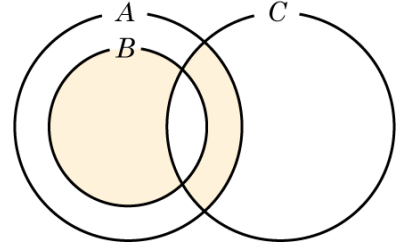
$n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$

$= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$

$\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$

31. 다음 벤 다이어그램에서 $n(A) = 20$, $n(B) = 10$, $n(C) = 15$, $n(B \cup C) = 21$, $n(A \cup B \cup C) = 25$ 일 때, 빗금 친 부분이 나타내는 집합의 원소의 개소를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B \cup C = A \cup C$ 이다.

$n(A \cup B \cup C) = n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C) \rightarrow n(A \cap C) = 10$,

$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) \rightarrow n(B \cap C) = 4$,

빗금 친 부분은 $(B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))$ 이므로,

$n((B - C) \cup ((A \cap C) - (B \cap C))) = n(B) - n(B \cap C) + n(A \cap C) - n(B \cap C) = 10 - 4 + 10 - 4 = 12$

32. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x | x < 10\}$, $B = \{x | x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

집합 A, B 는 자연수 전체 집합의 부분집합이므로
 $A = \{x | x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $B = \{x | x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\} =$
 $\{2, 4, 5, 7, 8\}$,
 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 6, 9\}$,
 따라서, $n(A \cap B^c) = 4$

33. 집합 $S = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 의 공집합이 아닌
 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A
 의 개수를 구하여라.

$$\bullet x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in A$$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 15개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가
 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있
 는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2 개인 집합 :
 $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3 개인 집합 :
 $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(4) 원소의 개수가 4 개인 집합 :
 $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$
 개

(5) 원소의 개수가 5 개인 집합 :
 $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\} \Rightarrow$
 3 개

(6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\}$
 $\Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7 개인 집합 :
 $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A 의 개수는 $1+3+3+3+3+1+1 =$
 15 (개)