

실력 확인 문제

1. 다음 중 집합 $\{2, 3, 5\}$ 의 진부분집합인 것은?

[배점 2, 하하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{2, 4\}$
 ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

$\{2, 3, 5\}$ 의 부분집합 중 $\{2, 3, 5\}$ 을 제외한 나머지 부분집합을 찾으면 된다.

2. 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 10$, $n(B) = 7$,
 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하시오.

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 7 - 3 = 14 \end{aligned}$$

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 2a+1, 4\}$, $B = \{2, b, c, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$3 \in (A \cap B) \text{ 이므로 } 3 \in A \text{ 이다. } 2a+1=3 \\ \therefore a=1$$

$$\text{또, } 3 \in (A \cap B), 4 \in (A \cap B) \text{ 이므로 } 3 \in B, 4 \in B$$

$$\text{따라서, 구하는 } b, c \text{ 는 } b=3, c=4 \text{ 또는 } b=4, c=3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a+b+c=1+3+4=8$$

4. 주사위를 던져 나올 수 있는 눈의 수를 전체집합으로 하고 $A = \{1, 2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 $B - A$ 는?

[배점 2, 하중]

- ① $\{4\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{6\}$
 ④ $\{4, 5\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설

$$B - A = (A \cup B) - A = \{4\}$$

5. 전체집합 U 와 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 성립하지 않는 것은?

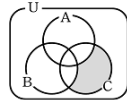
[배점 3, 하상]

- ① $A \cap (A \cup B) = B$
 ② $A \cup (A \cap B) = A$
 ③ $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$
 ④ $(A - B)^c = A^c \cup B$
 ⑤ $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

해설

$$\textcircled{1} A \cap (A \cup B) = A$$

6. 아래 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합을 바르게 나타낸 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $(A \cup B) \cap C$ ② $(A \cap B)^c \cap C$
 ③ $(A \cup B)^c \cap C$ ④ $(A \cup B)^c \cup C$
 ⑤ $(A \cup B)^c \cap C^c$

해설

그림을 보면 $C - (A \cup B)$ 임을 알 수 있다.
 $\therefore C - (A \cup B) = C \cap (A \cup B)^c$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{k | k = xy, x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$A = \{-2, -1, 0, 1\}$ $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\}$ 이다.
 $\therefore B - A = \{2, 4\}$

8. 다음 집합 중 서로소인 것끼리 묶은 것은?

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= \{x | x \text{는 } -2 \leq x \leq 1 \text{인 정수}\} \\ \textcircled{2} &= \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} \\ \textcircled{3} &= \{x | x \text{는 } x^2 - x - 6 = 0 \text{인 정수}\} \\ \textcircled{4} &= \{x | x = 2n, n \text{은 정수}\} \end{aligned}$$

[배점 3, 하상]

- ① ①, ② ② ①, ③ ③ ①, ④
 ④ ②, ④ ⑤ ③, ④

해설

$\textcircled{1} = \{-1, 0, 1\}$, $\textcircled{2} = \{1, 2, 4\}$ $\textcircled{3} = \{3, -2\}$
 $\textcircled{4} = \{\dots -4, -2, 0, 2, 4 \dots\}$
 공통인 원소가 없는 집합은 ①과 ③이다.

9. 다음은 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cap (B \cap A^c)$ 를 간단히 하는 과정이다.

$$\begin{aligned} &(A - B) \cap (B \cap A^c) \\ &= (\textcircled{1}) \cap (B \cap A^c) \\ &= A \cap (\textcircled{2}) \cap A^c \\ &= (A \cap A^c) \cap (\textcircled{3}) \\ &= (\textcircled{4}) \cap (\textcircled{5}) = (\textcircled{6}) \end{aligned}$$

빈 칸에 들어갈 식을 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(\textcircled{1}) A \cup B^c$ ② $(\textcircled{2}) B^c \cup B$
 ③ $(\textcircled{3}) U$ ④ $(\textcircled{4}) \phi$
 ⑤ $(\textcircled{5}) U$

해설

$$(\ominus) : A - B = A \cap B^c$$

$$(\ominus) : (A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) = A \cap (B^c \cap B) \cap A^c$$

$$(\ominus), (\ominus), (\ominus) : (A \cap A^c) \cap (B^c \cap B) = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

해설

$$(3, 1) \in X \text{ 이므로 } 3a + b = 4 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{마찬가지로 } (-2, -2) \in X \text{ 이므로}$$

$$-2a - 2b = 4 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = 3, b = -5$$

$$\therefore a + b = -2$$

10. 아래 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 바르게 나타낸 것은?



[배점 3, 중하]

① $(B - C) \cup A^c$

② $A \cap (B \cap C^c)$

③ $A - (B \cup C)$

④ $(A \cup B) - C$

⑤ $(B - C) - A$

12. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{a, c\}$ 를 만족하는 집합 X 의 부분집합 중에서 원소 e 가 반드시 포함되어 있는 부분집합의 개수는 몇 개인가?

[배점 3, 중하]

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 16개

해설

직관적으로 보면 빗금친 부분은 $(A \cap B) - C$

$$(A \cap B) - C = (A \cap B) \cap C^c$$

$$= A \cap (B \cap C^c)$$

해설

원소 a, c 를 제외한 집합 $\{b, d\}$ 의 부분집합 개수와 같다 $2^2 = 4$ (원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합 개수 $= 2^n$)

11. 집합 $X = \{(x, y) \mid ax + by = 4\}$ 가 있다. $(3, 1) \in X$, $(-2, -2) \in X$ 인 관계를 만족시킬 때, 상수 $a + b$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

13. 두 집합 $A = \{2, 4, a^2 - a - 1\}$, $B = \{2, a + 2, a^2 - 2a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때의 a 값을 구하고 이 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 b 라 하면 다음 중 $a \times b$ 를 맞게 계산한 것은? [배점 4, 중중]

① -22

② 15

③ 33

④ 13

⑤ 11

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 $a^2 - a - 1 = 5$
 $a^2 - a - 6 = 0$, $(a-3)(a+2) = 0$, $a = -2$ or 3
 $a = -2$ 이면 $B = \{2, 0, 3\}$ 이므로 조건에 어긋난다. $\therefore a = 3$
 그리고 $A = \{2, 4, 5\}$ 이므로 원소의 합 $b = 11$
 $\therefore ab = 33$

해설

$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c] = (A \cup B) \cap [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] = (A \cup B) \cap [A \cup (B \cap B^c)] = (A \cup B) \cap A = A$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap (A - B)^c = B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $B \subset A$
 ③ $A \cap B = \phi$ ④ $A - B \subset B$
 ⑤ $B - A = B$

해설

$A \cap (A - B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c = A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = A \cap B = B \rightarrow B \subset A$

15. 두 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음을 간단히 하면?

$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c]$

[배점 4, 중중]

- ① A ② B ③ U
 ④ $\emptyset$ ⑤ $A \cap B$