실력 확인 문제

1. 다음 중 집합 $\{2,\ 3,\ 5\}$의 진부분집합인 것은?
[배점 2, 하하]

① $\{1\}$ ② $\{1,\ 2\}$ ③ $\{2,\ 4\}$
④ $\{3,\ 5\}$ ⑤ $\{2,\ 3,\ 5\}$

해설
$\{2,\ 3,\ 5\}$의 부분집합 중 $\{2,\ 3,\ 5\}$을 제외한 나머지 부분집합을 찾으면 된다.

2. 집합 A, B에 대하여 $n(A)=10,\ n(B)=7,$ $n(A\cap B)=3$일 때, $n(A\cup B)$를 구하시오.
[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=10+7-3=14$

3. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 2a+1,\ 4\}$, $B=\{2,\ b,\ c,\ 5\}$에 대하여 $A\cap B=\{2,\ 3,\ 4\}$일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설
$3\in(A\cap B)$ 이므로 $3\in A$ 이다. $2a+1=3$
$\therefore\ a=1$
또, $3\in(A\cap B)$, $4\in(A\cap B)$ 이므로 $3\in B$, $4\in B$
따라서, 구하는 $b,\ c$는 $b=3,\ c=4$ 또는 $b=4,\ c=3$ 이다.
$\therefore\ a+b+c=1+3+4=8$

4. 주사위를 던져 나올 수 있는 눈의 수를 전체집합으로 하고 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$일 때, 집합 $B-A$는?
[배점 2, 하중]

① $\{4\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{6\}$
④ $\{4,\ 5\}$ ⑤ $\{5,\ 6\}$

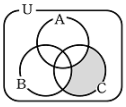
해설
$B-A=(A\cup B)-A=\{4\}$

5. 전체집합 U와 부분집합 $A,\ B,\ C$에 대하여 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?
[배점 3, 하상]

① $A\cap(A\cup B)=B$
② $A\cup(A\cap B)=A$
③ $A\cap(A^c\cup B)=A\cap B$
④ $(A-B)^c=A^c\cup B$
⑤ $A\cap(A\cup B)^c=\phi$

해설

①$A \cap (A \cup B) = A$

6. 아래 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합을 바르게 나타낸 것은? 

[배점 3, 하상]

① $(A \cup B) \cap C$ ② $(A \cap B)^c \cap C$

③ $(A \cup B)^c \cap C$ ④ $(A \cup B)^c \cup C$

⑤ $(A \cup B)^c \cap C^c$

해설

그림을 보면 $C - (A \cup B)$임을 알 수 있다.
$\therefore C - (A \cup B) = C \cap (A \cup B)^c$

7. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{k | k = xy, x \in A, y \in A\}$일 때, 집합 $B - A$의 모든 원소의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$A = \{-2, -1, 0, 1\}$ $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 4\}$ 이다.
$\therefore B - A = \{2, 4\}$

8. 다음 집합 중 서로소인 것끼리 묶은 것은?

㉠ $= \{x | x$는 $-2\ x \leq 1$인 정수$\}$

㉡ $= \{x | x$는 4의 약수$\}$

㉢ $= \{x | x$는 $x^2 - x - 6 = 0$인 정수$\}$

㉣ $= \{x | x = 2n, n$은 정수$\}$

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $= \{-1,\ 0,\ 1\}$, ㉡ $= \{1,\ 2,\ 4\}$ ㉢ $= \{3,\ -2\}$, ㉣ $= \{\cdots -4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4 \cdots\}$
공통인 원소가 없는 집합은 ㉠와 ㉢ 이다.

9. 다음은 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A - B) \cap (B \cap A^c)$를 간단히 하는 과정이다.

$(A - B) \cap (B \cap A^c)$
$= (\ ㉠\ ) \cap (B \cap A^c)$
$= A \cap (\ ㉡\ ) \cap A^c$
$= (A \cap A^c) \cap (\ ㉡\ )$
$= (\ ㉢\ ) \cap (\ ㉣\ ) = (\ ㉤\ )$

빈 칸에 들어갈 식을 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 중하]

① (㉠) $A \cup B^c$ ② (㉡) $B^c \cup B$

③ (㉢) U ④ (㉣) ϕ

⑤ (㉤) U

해설

(㉠) : $A-B=A\cap B^c$

(㉡) : $(A\cap B^c)\cap(B\cap A^c)=A\cap(B^c\cap B)\cap A^c$

(㉢), (㉣), (㉤) : $(A\cap A^c)\cap(B^c\cap B)=\varnothing\cap\varnothing=\varnothing$

10. 아래 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 중하]

① $(B-C)\cup A^c$ ② $A\cap(B\cap C^c)$

③ $A-(B\cup C)$ ④ $(A\cup B)-C$

⑤ $(B-C)-A$

해설

직관적으로 보면 빗금친 부분은 $(A\cap B)-C$

$(A\cap B)-C=(A\cap B)\cap C^c$

$=A\cap(B\cap C^c)$

11. 집합 $X=\{(x,\ y)\mid ax+by=4\}$가 있다. $(3,\ 1)\in X$, $(-2,-2)\in X$인 관계를 만족시킬 때, 상수 $a+b$의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(3,\ 1)\in X$ 이므로 $3a+b=4\cdots①$

마찬가지로 $(-2,-2)\in X$ 이므로

$-2a-2b=4\cdots②$

①, ②에서 $a=3,\ b=-5$

$\therefore\ a+b=-2$

12. 집합 $A=\{a,b,c,d\}$ 일 때, $X\subset A$, $A-X=\{a,c\}$를 만족하는 집합 X의 부분집합 중에서 원소 e가 반드시 포함되어 있는 부분집합의 개수는 몇 개인가? [배점 3, 중하]

① 2개 ② 4개 ③ 6개

④ 8개 ⑤ 16개

해설

원소 a ,c 를 제외한 집합 $\{b,d\}$의 부분집 합 개수와 같다 $2^2=4$ (원소의 개수가 n개인 집합의 부분집합 개수 $=2^n$)

13. 두 집합 $A=\{2,4,a^2-a-1\}$, $B=\{2,a+2,a^2-2a\}$에 대하여 $A\cap B=\{2,5\}$일 때의 a값을 구하고 이 때, 집합 A의 모든 원소의 합을 b라 하면 다음 중 $a\times b$를 맞게 계산한 것은? [배점 4, 중중]

① -22 ② 15 ③ 33

④ 13 ⑤ 11

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 $a^2 - a - 1 = 5$
$a^2 - a - 6 = 0,\ (a-3)(a+2) = 0,\ a = -2\ or\ 3$
$a = -2$ 이면 $B = \{2, 0, 3\}$ 이므로 조건에 어긋난다. $\therefore\ a = 3$
그리고 $A = \{2, 4, 5\}$ 이므로 원소의 합 $b = 11$
$\therefore\ ab = 33$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A \cap (A - B)^c = B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \subset B$ ② $B \subset A$

③ $A \cap B = \phi$ ④ $A - B \subset B$

⑤ $B - A = B$

해설

$A \cap (A - B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c = A \cap (A^c \cup B)$
$= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = A \cap B = B \rightarrow B \subset A$

15. 두 집합 $A,\ B$가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음을 간단히 하면?

$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c]$

[배점 4, 중중]

① A ② B ③ U

④ $\varnothing$ ⑤ $A \cap B$

해설

$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c] = (A \cup B) \cap [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] = (A \cup B) \cap [A \cup (B \cap B^c)]$
$= (A \cup B) \cap A = A$