

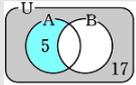
단원 종합 평가

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A - B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 17$ 일 때, $n(B)$ 는?
[배점 2, 하중]

- ① 10 ② 12 ③ 13 ④ 18 ⑤ 30

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 17$ 벤다이어그램을 그려보면



$$n(B) = 35 - (17 + 5) = 13$$

$$\therefore n(B) = 13$$

2. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳은 것으로만 짝지어진 것은?

- ㉠ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 ㉡ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$
 ㉢ $A - B = A \cap B^c$
 ㉣ $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉣

해설

$$\textcircled{2} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\textcircled{5} \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하시오.
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B \text{ 이므로 } A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$$

4. 다음에서 두 집합 A, B 가 서로소인 것을 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$
 ② $A = \{x | x \geq 1 \text{인 실수}\}$,
 $B = \{x | x \leq 1 \text{인 실수}\}$
 ③ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 ④ $A = \{3, 4, 5\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
 ⑤ $A = \{x | x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$A = \{x | x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

5. 명제 'p(x)이면 q(x) 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x|p(x)\}$, $Q = \{x|q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $Q \subset P$ ② $Q^c \subset P$
- ③ $P \subset Q^c$ ④ $P \cup Q = P$
- ⑤ $P \subset Q$

해설
 'p(x)이면 q(x) 이다'가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

6. 명제 '이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.'의 대우는? [배점 3, 하상]

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
- ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
- ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
- ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
- ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설
 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

7. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설
 ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$, 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
 ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
 ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
 ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
 ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

8. 명제 ' $p \rightarrow \sim q$ '의 역이 참일 때, 반드시 참인 명제는? [배점 3, 중하]

- ① $p \rightarrow q$ ② $\sim p \rightarrow q$
- ③ $\sim p \rightarrow \sim q$ ④ $\sim q \rightarrow p$
- ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제의 역「 $\sim q \rightarrow p$ 」가 참이므로, 반드시 참인 명제는 역의 대우인 「 $\sim p \rightarrow q$ 」도 참이다.

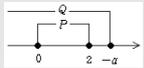
9. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2, q : x+a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▶ **정답:** -2

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}, Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이려면 $2 \leq -a, a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

10. 다음<보기>의 ()안에 알맞은 것을 차례로 적어시오.(가) 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 ()조건이다.(나) $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 ()조건이다.

[배점 3, 중하]

- ① 충분, 충분
- ② 필요, 충분
- ③ 필요, 필요
- ④ 필요충분, 필요
- ⑤ 필요충분, 필요충분

해설

(가) $A \cup C = B \cup C$

$\frac{x}{y}$

$A = B$ 반례) $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$ 인 경우 \therefore 필요조건

(나) $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y \frac{x}{y} x = y = 0 \therefore$ 필요조건

11. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim p$ 가 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sim q \rightarrow p$
- ② $\sim q \rightarrow \sim r$
- ③ $p \rightarrow \sim r$
- ④ $r \rightarrow q$
- ⑤ $q \rightarrow r$

해설

$\sim p \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow p$ (T), $r \rightarrow \sim p$ (T) 그의 대우 $p \rightarrow \sim r$ (T) 또한 $r \rightarrow \sim p, \sim p \rightarrow q$ 이므로, $r \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ (T)

12. 두 집합 $A = \{2, 4, a^2 - a - 1\}$, $B = \{2, a + 2, a^2 - 2a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때의 a 값을 구하고 이 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 b 라 하면 다음 중 $a \times b$ 를 맞게 계산한 것은? [배점 4, 중중]

- ① -22 ② 15 ③ 33
 ④ 13 ⑤ 11

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 $a^2 - a - 1 = 5$
 $a^2 - a - 6 = 0$, $(a - 3)(a + 2) = 0$, $a = -2$ or 3
 $a = -2$ 이면 $B = \{2, 0, 3\}$ 이므로 조건에 어긋난다. $\therefore a = 3$
 그리고 $A = \{2, 4, 5\}$ 이므로 원소의 합 $b = 11$
 $\therefore ab = 33$

13. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $P = \{p | p = a + b, a \in A, b \in B\}$, $Q = \{q | q = ab, a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

집합 P 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 더한 것을 원소로 하고, 집합 Q 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 곱한 것을 원소로 한다. 두 집합의 원소를 구하면 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 $P \cap Q = \{0, 1, 2, 3\}$ 따라서 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수는 4개이다.

14. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r, s 가 다음의 조건을 만족할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| ㉠ $p \Rightarrow q$ | ㉡ $\sim r \Rightarrow \sim q$ |
| ㉢ $s \Rightarrow p$ | ㉣ $\sim s \Rightarrow \sim q$ |

[배점 4, 중중]

- ① $s \Rightarrow p$ ② $p \Rightarrow r$ ③ $r \Rightarrow s$
 ④ $q \Rightarrow p$ ⑤ $p \Rightarrow s$

해설

네 명제 p, q, r, s 를 정리하면 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow p, q \Rightarrow s$ 즉, $p \Rightarrow q \Rightarrow r, p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로 옳지 않은 것은 ③이다.

15. 어느 반의 63%의 학생은 공부를 잘하고 76%의 학생은 운동을 잘한다. 운동도 잘하고 공부도 잘하는 학생수의 최대, 최소%(백분율)는 각각 얼마인가? [배점 5, 중상]

- ① 최대 89%, 최소 13%
 ② 최대 63%, 최소 39%
 ③ 최대 76%, 최소 37%
 ④ 최대 39%, 최소 24%
 ⑤ 최대 76%, 최소 39%

해설

전체집합을 U , 공부를 잘하는 학생의 집합을 A , 운동을 잘하는 학생의 집합을 B 라 하면 공부도, 운동도 잘하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$A \cap B$ 의 원소의 개수는 $A \subset B$ 일 때 최대가 되고, $A \cap B$ 의 원소의 개수는 $A \cup B = U$ 일 때 최소가 된다. $A \subset B$ 일 때 $A \cap B = A$ 이므로

$$n(A \cap B) = n(A) = 63\%$$

$A \cup B = U$ 일 때 $n(A \cup B) = 100\%$ 이므로

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(U) = 63 + 76 - 100 = 39\%$$

따라서, 최대 63%, 최소 39%