

단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $(A \cup B^c)^c$ 을 구하면? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{5, 7\}$
 ④ $\{3, 5, 7\}$ ⑤ $\{5, 6, 7\}$

해설

$$(A \cup B^c)^c = A^c \cap B = B \cap A^c = B - A = \{5, 7\}$$

2. $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ 에서 $a_1 \in X$, $a_2 \in X$, $a_5 \notin X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

a_1, a_2 는 속해있고 a_5 는 속해있지 않은 A 의 부분집합은 $\{a_3, a_4, a_6\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$ (개)

3. 다음 중에서 집합 A 가 집합 B 의 진부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 ② $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
 ③ $A = \{x | x \text{는 자연수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 정수}\}$
 ④ $A = \{x | x \text{는 소수}\}$, $B = \{x | x \text{는 홀수}\}$
 ⑤ $A = \emptyset$, $B = \{1, 2, 3\}$

해설

④ $A = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ $2 \in A$ 이지만, $2 \notin B \therefore A \not\subset B$

4. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다』임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n = (나)$ (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

[배점 3, 하상]

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$
 ③ 대우, $2k + 1$ ④ 역, $2k + 1$
 ⑤ 역, $4k^2$

해설

‘ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다’의 대우는 ‘ n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’
 $\therefore$ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k \therefore$ (나)- $2k$

해설

영어를 신청한 학생의 집합을 A, 수학을 신청한 학생의 집합을 B라 하면
 $\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) = 35$
 $\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $n(A \cap B) = 18$
 $\therefore$ 수학만 신청한 학생수 = $28 - 18 = 10$

5. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은? [배점 3, 하상]

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
 ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
 ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
 ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
 ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

6. 35명의 학생이 영어와 수학 중 적어도 한 과목을 신청해야 한다. 영어를 신청한 학생이 25명, 수학을 신청한 학생이 28명일 때, 수학만 신청한 학생수를 구하면?
 [배점 3, 중하]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

7. 다음에서 밑줄 친 $(\supset)$, $(\supseteq)$ 의 의미를 바르게 나타낸 것은?

정수 a, b, c, d 에 대하여 집합 X, Y 를
 $X = \{x | x = 2a + 3b\}, Y = \{y | y = 4c + 5d\}$ 라 할 때, $x \in X$ 이면 $x \in Y$ 이고, $(\supset)$
 $x \notin X$ 이면 $x \notin Y$ 이다. $(\supseteq)$

[배점 3, 중하]

- ① $(\supset) X \subset Y, (\supseteq) X \subset Y$
 ② $(\supset) X \subset Y, (\supseteq) Y \subset X$
 ③ $(\supset) Y \subset X, (\supseteq) Y \subset X$
 ④ $(\supset) Y \subset X, (\supseteq) X \cap Y = \phi$
 ⑤ $(\supset) X \subset Y, (\supseteq) X \cap Y = \phi$

해설

$(\supset) X \subset Y, (\supseteq) X^c \subset Y^c \leftrightarrow Y \subset X$

8. 집합 $A = \{\phi, 1, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 $P(A) = \{X | X \subset A\}$ 라 정의 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ $\phi \in P(A)$ ㉡ $A \subset P(A)$
 ㉢ $A \in P(A)$ ㉣ $\{1\} \subset P(A)$
 ㉤ $\{1, 2\} \in P(A)$

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$P(A)$ 는 A 의 부분집합들을 원소로 하는 집합이다.
 $\textcircled{A} A \in P(A)$ $\textcircled{B} \{1\} \in P(A)$ $\textcircled{C} \{\{1, 2\}\} \in P(A)$
 $\therefore$ ㉠, ㉢만 옳다.

9. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라. (단, a, b 는 실수) (i) $p : a, b$ 는 유리수 $q : a + b, ab$ 는 유리수 (ii) $p : x$ 는 3의 배수 $q : x$ 는 6의 배수

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 필요

10. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

[배점 3, 중하]

① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$

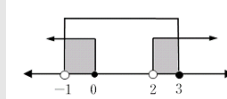
③ $-1 < x \leq 3$

④ $0 < x \leq 2$

⑤ x 는 모든 실수

해설

$\sim (\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데 $\sim q : x \leq 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q \leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$ 이고 $(x \leq 0 \text{ 또는 } x > 2) \leftrightarrow (-1 < x \leq 3 \text{ 이고 } x \leq 0) \text{ 또는 } (-1 < x \leq 3 \text{ 이고 } x > 2) \leftrightarrow -1 < x \leq 0 \text{ 또는 } 2 < x \leq 3$



11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $\{1, 3\} \cap X = \phi$ 를 만족하는 A 의 진부분집합 X 의 개수는?

[배점 4, 중중]

- ① 7 ② 15 ③ 16 ④ 31 ⑤ 32

해설

집합 X 가 원소 1, 3 을 포함하지 않으므로 A 의 진부분집합 X 의 개수는 $\{2, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면 된다. $\therefore 2^4 = 16$ (2^n : 부분집합의 개수, n : 원소의 개수)
따라서, 진부분집합은 $16 - 1 = 15$ 개이다.

12. 전체집합을 U , 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 는 $P \cap Q^c = \emptyset, Q^c \subset P$ 를 만족한다. 다음 중에서 참인 명제를 모두 고르면?

- ㉠ p 이면 $\sim q$ 이다.
㉡ p 이면 q 이다.
㉢ $\sim q$ 이면 p 이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

조건에서 $P \cap Q^c = \emptyset$ 이고 $Q^c \subset P$ 이므로 $P \cap Q^c = Q^c = \emptyset \therefore Q = U$
㉠ $Q^c = \emptyset$ 이므로 $P \not\subset Q^c$ 이고 $p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.
㉡ $Q = U$ 이므로 $P \subset Q$ 이고 $p \rightarrow q$ 는 참이다.
㉢ $Q^c = \emptyset$ 이므로 $Q^c \subset P$ 이고 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참이다. 따라서 참인 명제는 ㉡, ㉢이다.

13. 우성, 동건, 정재는 전교 3등 안에 드는 학생들이다.

- ㉠ 우성: 나는 전교 1등이 아니야
㉡ 동건: 나는 2등이 아니야.
㉢ 정재: 나는 2등이야.

위의 주장 중 하나만 참이라 할 때, 전교1, 2, 3등을 차례대로 적으면? [배점 4, 중중]

- ① 동건, 정재, 우성 ② 정재, 동건, 우성
③ 우성, 동건, 정재 ④ 정재, 우성, 동건
⑤ 동건, 우성, 정재

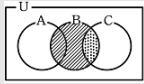
해설

우성의 주장이 참이라고 가정하면, 동건이와 정재의 주장은 거짓이 된다. 따라서, 우성-전교 1등이 아님 동건-전교 2등 정재-전교 2등이 아님 이상에서 우성은 전교 1등이 아닌데, 동건이가 2등이므로 당연히 3등이 되고, 남은 정재가 전교 1등이 된다. 즉 모순이 없으므로 정재, 동건, 우성이 각각 1, 2, 3 등이다.(동건의 주장이 참이라면 우성, 정재가 거짓이 되는데, 이 경우 정재가 2등이 되어 참을 말한 것이 되므로 모순이다. 또한, 정재가 참이라면 우성, 동건이 거짓이 되어야 하는데, 동건이가 참을 말한 결과가 되므로 모순이다.)

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C^c$ 이고 $n(B) = 5, n(B - A) = 4, n(B - C) = 3$ 이다. 이 때, 집합 $B - (A \cup C)$ 의 원소의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 6 개
④ 7 개 ⑤ 없다.

해설



$A \subset C^c \Leftrightarrow A \cap C = \phi$ 이므로 위의 벤 다이어그램에서 점이 있는 부분은 집합 $B - A$ 를 나타내고 빗금이 있는 부분은 집합 $B - C$ 를 나타내고 둘 다 있는 부분은 집합 $B - (A \cup C)$ 를 나타낸다.

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 4 \therefore n(A \cap B) = 1 \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 3 \therefore n(B \cap C) = 2 \\ \text{즉 } B - (A \cup C) &= n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = 5 - 1 - 2 = 2 \end{aligned}$$

15. x, y 가 실수이고 A, B, C 를 집합이라 할 때 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건은? [배점 5, 중상]

- ① $p: x + y \geq 2, q: x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$
- ② $p: |x| + |y| = 0, q: 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$
- ③ $p: xy + 1 > x + y > 2, q: x > 1$ 이고 $y > 1$
- ④ $p: A \subset B \subset C, q: A \subset B$ 또는 $A \subset C$
- ⑤ $p: x + y$ 가 유리수이다. $q: x, y$ 모두 유리수이다.

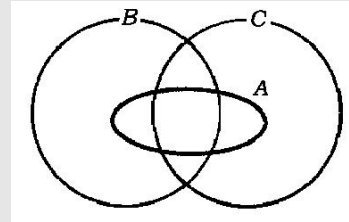
해설

① $x + y \geq 2 \nRightarrow x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (충분조건) (반례 : $x = 3, y = -3$)

② $|x| + |y| = 0 \Rightarrow 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$, 여기서 $|x| + |y| = 0$ 은 $x = 0, y = 0$ 과 같으므로 $x = 0, y = 0 \rightarrow 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$ (충분조건) (반례 : $x = 8, y = -8$)

③ $xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $A \subset B \cup C \leftarrow A \subset B$ 또는 $A \subset C$ (충분조건)



⑤ $x + y$ 가 유리수이다. $\leftarrow x, y$ 모두 유리수이다. (필요조건) (반례 : $x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}$)