

단원 종합 평가

1. $n(A) = 10, n(B) = 7, n(C) = 5, n(A \cup B) = 15, n(B \cup C) = 9, n(C \cap A) = 0$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하시오. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$n(C \cap A) = 0 \text{ 이므로 } n(A \cap B \cap C) = 0 \quad n(A \cap B) = 2, n(B \cap C) = 3 \quad n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 10 + 7 + 5 - 2 - 3 - 0 + 0 = 17$$

2. 다음 중 명제의 역이 참인 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① x 가 소수이면 x 는 홀수이다.
 ② x 가 3의 배수이면 $x+1$ 은 짝수이다.
 ③ 4의 배수는 2의 배수이다.
 ④ $2x > x+3$ 이면 $x > 3$ 이다.
 ⑤ $x+y \leq 5$ 이면 $x \leq 2, y \leq 3$ 이다.

해설

'역'의 대우인 '이'가 참인지 확인 한다.
 ① x 가 소수가 아니면 x 는 짝수이다 (거짓) 반례: $x = 2$
 ② x 가 3의 배수가 아니면 $x+1$ 은 홀수이다. (거짓) 반례: $x = 5$
 ③ 4의 배수가 아니면 2의 배수가 아니다 (거짓) 반례: 6
 ④ $2x \leq x+3 \rightarrow x \leq 3$ (참)
 ⑤ $x+y > 5 \rightarrow x > 2$ 또는 $y \geq 3$ (참)

3. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

- ㉠ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
 ㉡ 정사각형은 마름모이다.
 ㉢ 임의의 유리수 x 에 대하여 $\sqrt{2x}$ 는 무리수이다.
 ㉣ $a+b > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.
 ㉤ x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣
 ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

(반례) ㉠ $a = 1, b = -4$ ㉢ $x = 0$ ㉣ $a = 5, b = -4$
 \therefore ㉡, ㉤만 참이다.

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A * B = B * A$ ② $A * \phi = A^c$
 ③ $A * U = U$ ④ $A * A^c = \phi$
 ⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

③ $A * U = (A \cap U) \cup (A \cup U)^c = AU \cup \phi = AU = A$

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 집합 $\{1\}$ 과 서로소인 집합은 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 15

해설

1을 포함하지 않는 부분집합이다.

6. 다음 중 그 역이 거짓인 명제를 찾으려면? [배점 4, 중중]

- ① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.
 ② $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.
 ③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.
 ④ $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
 ⑤ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

해설

- ① 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B \neq A$ 이다. (참)
 ② $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $x + y \leq 0$ 이다. \Rightarrow 반례 : $x = -3, y = 5$ (거짓)
 ③ x 가 3 의 배수가 아니면 x 는 9 의 배수가 아니다. (참)
 ④ $xz \neq yz$ 이면 $x \neq y$ 이다. (참)
 ⑤ $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다. (참)

7. 실수 전체의 집합 R 의 한 부분집합 S 에 대하여 $P = \{x \in S \mid -\frac{1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}\}$ 이라고 할 때, 다음 중 참인 명제는? [배점 5, 중상]

- ① $S = R$ 이면, P 는 공집합이다.
 ② $S = R$ 이면, P 는 유한집합이다.
 ③ S 가 유리수 전체의 집합이면, P 는 유한집합이다.
 ④ S 가 정수 전체의 집합이면, P 는 유한집합이다.
 ⑤ S 가 자연수 전체의 집합이면, P 는 무한집합이다.

해설

$-\frac{1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}$ 에서 $1 - \frac{1}{2} \leq x \leq 1 + \frac{1}{2}$
 $\therefore \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 여기서 x 가 정수이면 $x = 1$
 즉, P 는 유한집합이 된다.

8. 두 자리의 양의 정수를 써 놓고, 지우개로 3의 배수를 모두 지운 뒤 남아있는 수중에서 4의 배수를 모두 골라 지웠다. 지워지지 않고 남아 있는 수의 개수를 구하시오. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 46개

해설

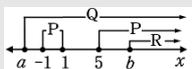
두자리 자연수의 집합을 U , 3의 배수의 집합을 A , 4의 배수의 집합을 B 라 하면 $n(U) = 90$, $n(A) = 30$, $n(B) = 22$
 $A \cap B$ 는 3, 4의 공배수 12의 배수의 집합이므로 $n(A \cap B) = 8$ 문제에서 지우고 남은 수는 $(A \cup B)^c$
 $\therefore n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$
 $= 90 - (30 + 22 - 8) = 46$

9. 조건 p, q, r 을 만족시키는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $P = \{x | -1 \leq x \leq 1, x \geq 5\}$, $Q = \{x | x \geq a\}$, $R = \{x | x \geq b\}$ 이다. 이 때, 조건 q 는 p 이기 위한 필요조건이고, 조건 r 은 p 이기 위한 충분조건이면 a 의 최댓값과 b 의 최솟값은? [배점 5, 중상]

- ① a 의 최댓값 1, b 의 최솟값 -1
- ② a 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 1
- ③ a 의 최댓값 5, b 의 최솟값 -1
- ④ a 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 5
- ⑤ a 의 최댓값 5, b 의 최솟값 -5

해설

$p \rightarrow q$, 즉 $P \subset Q$ 이면 q 는 p 이기 위한 필요조건,
 $r \rightarrow p$, 즉 $R \subset P$ 이면 r 은 p 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q, R \subset P$ 가 되는 a, b 를 정할 수 있다.
 문제의 조건을 만족시키도록 집합 P, Q, R 를 수직선 위에 나타내면



따라서, $a \leq -1, b \geq 5$
 $\therefore a$ 의 최댓값 -1, b 의 최솟값 5

10. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는? [배점 5, 중상]

- ① $q \rightarrow p$ ② $p \rightarrow q$ ③ $p \leftrightarrow q$
- ④ $q \rightarrow p$ ⑤ $q \rightarrow p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\phi \cap Q) = P \cup \phi = P$
 우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P \therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

11. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $P^c \subset Q$ ② $Q \subset P$
- ③ $Q - P = \phi$ ④ $P - Q = P$
- ⑤ $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면, $P \subset Q^c$ 이다.
 즉, $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$

12. x 의 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대해 $A = \{x | f(x) - g(x) = 0\}$, $B = \{x | f(x) = 0, g(x) = 0\}$, $C = \{x | \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면? [배점 5, 상하]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $B \subset C \subset A$
 ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A = \{x | f(x) - g(x) = 0\} = \{x | f(x) = g(x)\}$
 $B = \{x | f(x) = 0, g(x) = 0\} = \{x | f(x) = g(x) = 0\} \therefore B \subset A \dots \textcircled{1}$
 $C = \{x | \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0 \{^2 = 0\} = \{x | f(x) = g(x) \text{ 또는 } f(x) = -g(x)\} \therefore A \subset C \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $B \subset A \subset C$

13. 다음 중 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 몇 개인가?

- ㉠ $p : xy = |xy| \quad q : x > 0, y > 0$
 ㉡ $p : xy + 1 > x + y > 2 \quad q : x > 1, y > 1$
 ㉢ $p : xy = 0 \quad q : |x - y| = |x + y|$
 ㉣ $p : |x| + |y| > |x + y| \quad q : x + y \geq 2$
 ㉤ $p : x \geq 1, y \geq 1 \quad q : x + y \geq 2$
 ㉥ $p : x + y = 0, xy = 0 \quad q : x = 0, y = 0$
 ㉦ $p : x + y\sqrt{2} = 0 \quad q : x = y = 0$ (x, y 는 유리수)
 ㉧ $p : |x| = |y| \quad q : x^2 = y^2$

[배점 5, 상하]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

- ㉡ ㉢ ㉣ ㉤ ㉧

14. p, q 가 실수일 때, 다음 중 부등식 $p < q$ 가 성립할 필요충분조건은? [배점 5, 상하]

- ① $\{x | x \leq p\} \cap \{x | x > q\} = \phi$
 ② $\{x | x \geq p\} \cap \{x | x \leq q\} = \phi$
 ③ $\{x | x < p\} \subset \{x | x < q\}$
 ④ $\{x | x < p\} \subset \{x | x \leq q\}$
 ⑤ $\{x | x \leq p\} \subset \{x | x < q\}$

해설

- ① $p < q \quad \frac{0}{x} \quad \{x|x \leq p\} \cap \{x|x > q\} = \phi$ (반례)
 $p = q \therefore$ 충분조건
- ② $p < q \quad \frac{0}{x} \quad \{x|x \geq p\} \cap \{x|x \leq q\} \neq \phi$ (반례)
 $p = q \therefore$ 충분조건
- ③ $p < q \quad \frac{0}{x} \quad \{x|x < p\} \subset \{x|x < q\}$ (반례)
 $p = q \therefore$ 충분조건
- ④ $p < q \quad \frac{0}{x} \quad \{x|x < p\} \subset \{x|x \leq q\}$ (반례)
 $p = q \therefore$ 충분조건
- ⑤ $p < q \quad \frac{0}{x} \quad \{x|x \leq p\} \subset \{x|x < q\} \therefore$ 필요충분조건

해설

비가 온 오전: a 비가 오지않은 오전: b 비가 온 오후: c 비가 오지않은 오후: d
 주어진 조건으로부터 $a+b+c+d = x, b+d = 6, c+d = 5, a+b+c = 7$
 ㉠에서 오후에 비가 온 날은 오전에는 비가 오지 않았으므로 $a = 0$ 이다. $b+d = 6, b+c = 7$ 에서 $c-d = 1$ 또한, $c+d = 5$ 이므로 $c = 3, d = 2, b = 4$
 $\therefore x = 0 + 4 + 3 + 2 = 9$ (일)

15. 갑은 x 일간의 여름 휴가 중 날씨를 관찰하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- ㉠ 비가 오지 않은 오전은 6 번 있었다.
- ㉡ 비가 오지 않은 오후는 5 번 있었다.
- ㉢ 오후에 비가 온 날은 오전에는 비가 오지 않았다.
- ㉣ 오전 또는 오후에 비가 온 경우는 7 번 있었다.

위의 사실로부터 알 수 있는 갑의 휴가 기간 x 의 값은?
 [배점 6, 상중]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11