

단원 종합 평가

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 100 이하 자연수들의 모임
- ② 작은 짝수들의 모임
- ③ 노래를 잘하는 학생들의 모임
- ④ 15보다 작은 소수들의 모임
- ⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

‘잘하는’, ‘작은’, ‘예쁜’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 19 명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 하였더니, A 문제를 푼 학생은 11 명이며, B 문제를 푼 학생은 8 명이며, 한 문제도 못 푼 학생은 3 명이였다. A 문제만 푼 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 8명

해설

$n(U) = 19, n((A \cup B)^c) = 3$ 이므로 $n(A \cup B) = 19 - 3 = 16$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

따라서 A 문제만 푼 학생은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$ 이다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

4. 현수는 매일 집에서 수학과 논술 교육방송을 듣는데, 하루에 과목별로 한 편 이상 들을 수가 없다. 그리고 일주일 동안 수학 교육방송은 6번 듣고, 논술 교육방송은 4번 듣는다. 현수가 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 며칠인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

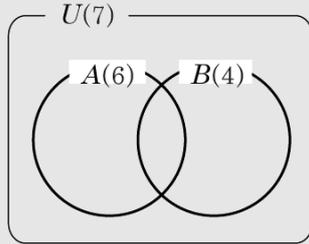
▶ 답:

▶ 정답: 3일

해설

수학 교육방송을 듣는 날을 집합 A, 논술 교육방송을 듣는 날을 집합 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

또한, 수학이나 논술 교육방송을 듣는 날은 문제에 주어진 조건에 의하면 7일이고, 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 $A \cap B$ 으로 나타낼 수 있다.



$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 6 + 4 - 7 \\ &= 3(\text{일}) \end{aligned}$$

따라서 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 3일이다.

5. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A) = 18$, $n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고, $A \cup B = B$ 이다. $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 크고 } 16 \text{보다 작은 짝수}\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① \emptyset 는 집합 A의 부분집합이다.
- ② $\{10, 14, 16\}$ 은 집합 A의 부분집합이다.
- ③ 원소가 하나뿐인 집합 A의 부분집합은 1개다.
- ④ 원소가 2개인 집합 A의 부분집합은 2개다.
- ⑤ 원소가 3개인 집합 A의 부분집합은 3개다.

해설

$$A = \{10, 12, 14\}$$

- ③ 원소가 하나뿐인 집합 A의 부분집합은 3개이다.
- ④ 원소가 2개인 집합 A의 부분집합은 3개이다.
- ⑤ 원소가 3개인 집합 A의 부분집합은 1개이다.

7. 두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B가 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
 ④ $\{x|x \text{는 7미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supseteq 4$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, a\}$, $A \cap B = \{2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 14

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 집합 A 는 반드시 2 와 5 를 포함해야 한다. 따라서 $a = 5$ 이다.
 집합 B 또한 $A \cap B = \{2, 5\}$ 에 의하여 원소 2 와 5 를 반드시 포함하고, 원소 1 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.
 $\therefore B = \{2, 3, 4, 5\}$
 $\therefore 2 + 3 + 4 + 5 = 14$

9. 전체집합 $U = \{a, e, i, o, u\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, e, u\}$, $B = \{e, i\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

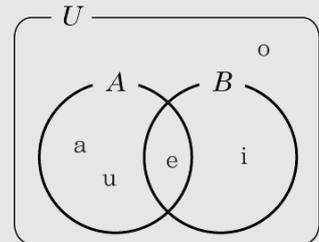
- ㉠ $A^c = \{i, o, u\}$
- ㉡ $A - B = \{a, u\}$
- ㉢ $A - B^c = \{a, i, u\}$
- ㉣ $B^c - A = \{a, i, u\}$
- ㉤ $B - A = \{i\}$
- ㉥ $B^c = \{a, i, o, u\}$

[배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: ㉡
 ▷ 정답: ㉤

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ㉠ $A^c = \{i, o\}$
- ㉡ $A - B = \{a, u\}$
- ㉢ $A - B^c = \{e\}$
- ㉣ $B^c - A = \{o\}$
- ㉤ $B - A = \{i\}$
- ㉥ $B^c = \{a, o, u\}$

10. 50 명의 학생 중 한라산에 가 본 학생이 26 명, 한라산과 설악산에 모두 가 본 학생이 8 명, 한라산과 설악산에 모두 가 보지 못한 학생이 5 명일 때, 설악산에 가 본 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 27 명

해설

$$n(U) = 50, n(A) = 26, n(A \cap B) = 8, n((A \cup B)^c) = 5 \text{ 이다.}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 5 = 45 \text{ 이다.}$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 45 - 26 + 8 = 27 \text{ 이다.}$$

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는
 $1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$
 $3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$
 $5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$
 에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 56

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ 이고}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$$

따라서 정답은 $56 + 2 \times 0 = 56$

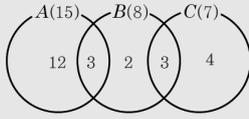
13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

14. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.
다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

15. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\{a\} \in A$ ② $\emptyset \in A$
- ③ $\{c, d\} \subset A$ ④ $n(A) = 5$
- ⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$