

평면도형 입체도형

1. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 다각형에서 변의 개수와 꼭짓점의 개수는 같다.
- ② 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
- ③ 다각형의 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분을 다각형의 대각선이라고 한다.
- ④ 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.
- ⑤ 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 호의 길이는 같다.

해설

② 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

2. 오각형의 외각의 크기의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

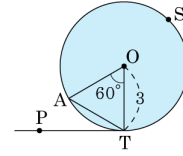
▶ 답 :

▶ 정답 : 360°

해설

다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360° 이다.

3. 다음 그림에서 점 T는 점 O의 접점이고 $\angle AOT = 60^\circ$ 일 때, $\angle ATP$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

원 O의 반지름으로 $\overline{OA} = \overline{OT}$ 이므로, $\triangle ATO$ 에서 $\angle TAO = \angle OTA = 60^\circ$
 접선 $\overrightarrow{TP}$ 와 원 O가 만나 생기는 각의 크기는 90°
 이므로, $\angle OTP = 90^\circ$
 $\therefore \angle ATP = 90^\circ - \angle OTA = 30^\circ$

4. 반지름의 길이가 8cm 이고, 호의 길이가 15cm 인 부채꼴의 넓이는? [배점 3, 하상]

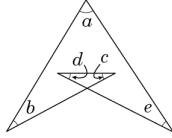
- ① 30cm^2
- ② 60cm^2
- ③ $30\pi\text{cm}^2$
- ④ $60\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $120\pi\text{cm}^2$

해설

$$S = \frac{1}{2}rl \text{ 에서}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60(\text{cm}^2)$$

5. 다음 그림에서 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ 의 값을 구하여라.

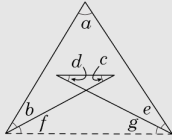


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 180°

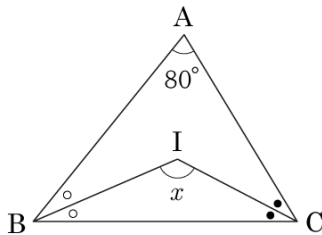
해설



$\angle d + \angle c = \angle f + \angle g$ 이므로

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ 는 삼각형의 내각의 합인 180° 이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I 라고 하자. $\angle A = 80^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 100° ② 120° ③ 130°
④ 140° ⑤ 150°

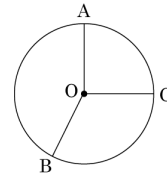
해설

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle IBC + 2\angle ICB + 80^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle IBC + \angle ICB = 50^\circ$

$\triangle BIC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (\angle IBC + \angle ICB) = 130^\circ$

7. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 5 : 4 : 3$ 이다. $\widehat{AB}$ 길이가 $\widehat{AC}$ 길이의 몇 배인지 고르면?



[배점 3, 하상]

- ① $\frac{5}{4}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{5}{7}$ 배
④ $\frac{4}{3}$ 배 ⑤ $\frac{5}{3}$ 배

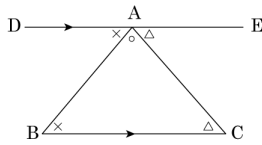
해설

$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$,

$\angle COA = 360^\circ \times \frac{3}{12} = 90^\circ$ 이다.

따라서 호 AB 의 길이는 호 AC 의 길이의 $\frac{5}{3}$ 배 이다.

8. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 합이 180° 임을 보이는 과정이다. 안에 공통으로 들어갈 것을 말하여라.



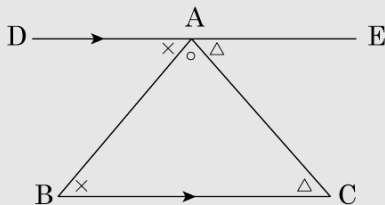
$\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A를 지나
 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 DE를 그으면
 $\angle B = \angle DAB$ ()
 $\angle C = \angle EAC$ ()
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C$
 $= \angle A + \angle DAB + \angle EAC = 180^\circ$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 엇각

해설



$\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A를 지나
 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 DE를 그으면
 $\angle B = \angle DAB$ (엇각),
 $\angle C = \angle EAC$ (엇각),
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C =$
 $\angle A + \angle DAB + \angle EAC = 180^\circ$

9. 내각의 크기의 합이 1260° 인 정다각형의 한 외각의 크기는? [배점 3, 하상]

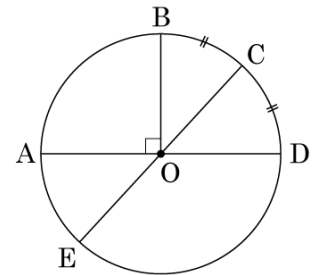
- ① 33° ② 36° ③ 40°
 ④ 45° ⑤ 50°

해설

$$180^\circ \times (n - 2) = 1260^\circ, n = 9$$

정구각형이므로 한 외각의 크기 $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{CE}$ 는 원 O의 지름이고 $\overline{AD} \perp \overline{BO}$, $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



[배점 3, 중하]

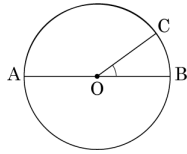
- ① $\frac{1}{3}\overline{DE} = \overline{AE}$
 ② $\frac{2}{3}\widehat{DE} = \widehat{BD}$
 ③ $\angle DOE - \angle BOC = \angle AOB$
 ④ (부채꼴 AOB의 넓이) = (부채꼴 COD의 넓이) $\times 2$
 ⑤ $\triangle AOB$ 의 넓이는 $\triangle AOE$ 의 넓이의 두 배와 같다.

해설

① 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않는다.

⑤ $\triangle AOB$ 의 넓이는 (부채꼴 AOB의 넓이) - (현 $\overline{AB}$ 와 호 $\widehat{AB}$ 로 이루어진 활꼴의 넓이)

11. 다음 그림에서 $\widehat{AC} = 4\widehat{BC}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



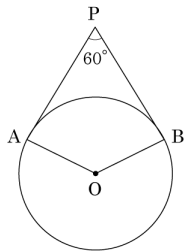
[배점 3, 중하]

- ① 15° ② 20° ③ 30°
 ④ 36° ⑤ 45°

해설

$$\angle BOC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$$

12. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다.
 $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

- ① 100° ② 110° ③ 120°
 ④ 130° ⑤ 140°

해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

사각형 APBO 에서

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

13. 반지름의 길이가 r 인 원 O 와 직선 l 이 있다. 다음 중 직선 l 이 원 O 의 할선이 될 수 없는 것은?

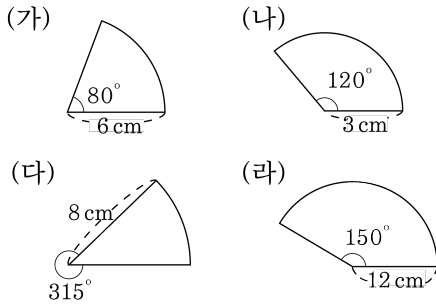
[배점 3, 중하]

- ① $r = 3, d = 2$ ② $r = 7, d = 4$
 ③ $r = 2, d = 4$ ④ $r = 5, d = 3$
 ⑤ $r = 3, d = 0$

해설

직선 l 이 원 O 의 할선이 되려면 두 점에서 만나야 하므로 $r > d$ 이다. $r = 2, d = 4$ 이면 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

14. 다음 부채꼴에서 넓이가 같은 것끼리 짝지어진 것을 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ① (가), (나) ② (가), (다) ③ (나), (라)
 ④ (다), (라) ⑤ (가), (라)

해설

각각의 넓이를 구하면

$$(가) 6 \times 6 \times \pi \times \frac{80^\circ}{360^\circ} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(나) 3 \times 3 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 3\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(다) 8 \times 8 \times \pi \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(라) 12 \times 12 \times \pi \times \frac{150^\circ}{360^\circ} = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

∴ (가)와 (다)가 같다.

15. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 고르면?

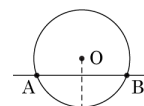
[배점 3, 중하]

- ① 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
 ② 합동인 두 원에서 호의 길이가 같으면 그 중심각도 같다.
 ③ 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같다.
 ④ 중심각의 크기가 2 배 커지면 그 부채꼴의 넓이도 2 배 커진다.
 ⑤ 두 원에서 부채꼴의 넓이가 같으면 중심각의 크기도 같다.

해설

- ① ○ 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
 ② ○ 합동인 두 원에서 호의 길이가 같으면 그 중심각도 같다.
 ③ ○ 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
 ④ ○ 중심각의 크기가 2 배 커지면 그 부채꼴의 넓이도 2 배 커진다.
 ⑤ × 합동인 두 원에서 부채꼴의 넓이가 같으면 중심각의 크기도 같다.

16. 다음 그림에서 원의 중심과 할선 AB까지의 거리가 5cm 이고 할선과 접선까지의 거리가 10cm 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 cm

해설

원의 중심으로부터 접선까지의 길이가 반지름의 길이이므로 원 O의 반지름의 길이는 $5 + 10 = 15(\text{cm})$ 이다.

17. 16cm 떨어져 있는 평행한 두 직선이 모두 원 O의 접선일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

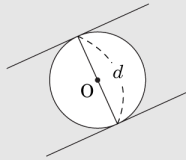
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

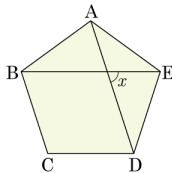
▷ 정답 : 8 cm

해설

다음 그림과 같은 경우이므로 지름의 길이가 16cm이다. 따라서 반지름은 8cm이다.



18. 다음과 같은 정오각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 72°

해설

정오각형이므로 $\triangle ABE$, $\triangle EAD$ 는 이등변 삼각형이다.

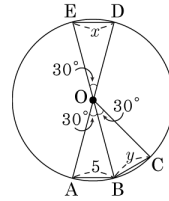
$$\angle ABE = \angle AEB = (180 - 108) \times \frac{1}{2} = 36^\circ,$$

$$\angle EAD = \angle EDA = (180 - 108) \times \frac{1}{2} = 36^\circ$$

따라서 삼각형의 두 내각의 합은 다른 한 외각의 크기와 같으므로

$$x^\circ = \angle EAD + \angle AEB = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ \text{ 이다.}$$

19. 다음 그림과 같이 원 O에서 $\angle AOB = \angle COB = \angle DOE = 30^\circ$, $\overline{AB} = 5$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

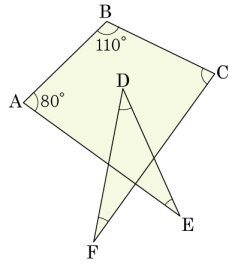
해설

같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로

$$x = \overline{DE} = 5, y = \overline{BC} = 5$$

따라서 $x + y = 10$ 이다.

20. $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ 일 때, $\angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 의 크기는?

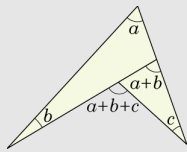


[배점 4, 중중]

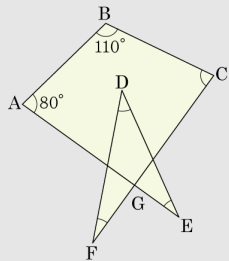
- ① 150° ② 170° ③ 210°
 ④ 270° ⑤ 350°

해설

삼각형의 외각의 성질을 이용하면 다음 그림과 같은 공식을 만들 수 있다.

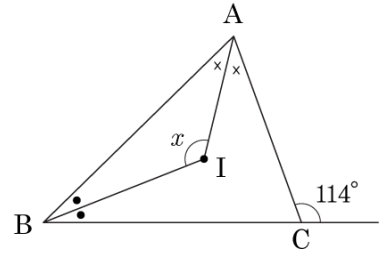


$\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G라 하자.



$\angle EGF = \angle AGC = \angle D + \angle E + \angle F$ 이고
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle AGC = 360^\circ$ 이므로
 $80^\circ + 110^\circ + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 170^\circ$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 123°

해설

$\angle C = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$ 이다.
 따라서 $x^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 66^\circ = 123^\circ$ 이다.

22. 대각선의 개수가 65개이고 모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 말하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 정십삼각형

해설

모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형이므로 정 n 각형이라 하면

$$\frac{n(n-3)}{2} = 65, \quad n(n-3) = 130$$

$$n(n-3) = 13 \times 10 \quad \therefore n = 13$$

따라서 $n = 13$ 이므로 정십삼각형이다.

23. 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 1 : 2 : 3 일 때, 가장 큰 내각의 크기를 구하여라. [배점 4, 중중]

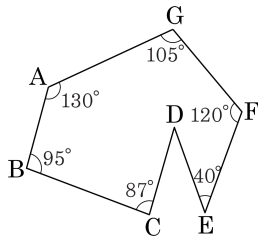
▶ 답 :

▶ 정답 : 90°

해설

$$180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ$$

24. 다음 그림에서 $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 37°

해설

선분 CE 를 연결하고 $\angle DCE = x$, $\angle DEC = y$ 라고 하면 육각형 ABCEFG 의 내각의 크기의 합은 720° 이므로

$$130^\circ + 95^\circ + 87^\circ + \angle x + \angle y + 40^\circ + 120^\circ + 105^\circ = 720^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 143^\circ$$

$$\triangle DCE \text{ 에서 } \angle CDE = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$$

25. 구각형의 대각선의 총수를 a 개, 육각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

n 각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 개이므로,

$$\therefore a = \frac{1}{2} \times 9 \times (9-3) = 27$$

n 각형에서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$ 개이므로,

$$\therefore b = 6-3 = 3$$

$$\therefore a+b = 27+3 = 30$$

26. 다음 중 옳은 것은?. [배점 5, 중상]

- ① n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $n-2$ 개이다.
 ② n 각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해서 $n-3$ 개의 삼각형으로 나누어진다.
 ③ n 각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형은 $n-1$ 개이다.
 ④ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $r=d$ 라면 직선 l 은 접선이다.
 ⑤ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $d > r$ 라면 직선 l 은 할선이다.

해설

- ① n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $n - 3$ 개이다.
- ② n 각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해서 $n - 2$ 개의 삼각형으로 나누어진다.
- ③ n 각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형은 n 개이다
- ⑤ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $0 \leq d < r$ 인 경우 직선 l 은 할선이다.

27. 직선 l 이 지름의 길이가 6cm 인 원 O 의 할선이고 원 O 의 중심과 직선 l 사이의 거리를 d 라 할 때, 다음 중 d 의 값의 범위로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $0 \leq d < 6$ ② $0 < d < 6$ ③ $0 \leq d < 3$
- ④ $0 < d < 3$ ⑤ $d > 3$

해설

두 점에서 만나는 d 값의 범위는 $0 \leq d < r$ 이다.

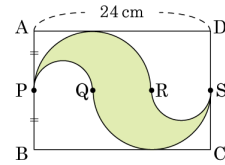
28. 반지름의 길이가 10cm 인 원의 중심 O 에서 한 직선 l 까지의 거리가 7cm 일 때, 원 O 와 직선 l 의 위치 관계로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 점에서 만난다. ② 만나지 않는다.
- ③ 할선이다. ④ 한 점에서 만난다.
- ⑤ 접선이다.

해설

- ① 원 O 와 직선 l 은 두 점에서 만난다.

29. 다음 그림과 같이 가로 길이가 24 cm 인 직사각형 ABCD 안에 4 개의 반원을 그렸다. 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 점 Q, R은 $\overline{PS}$ 의 삼등분 점이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24π cm

해설

(색칠한 부분의 둘레의 길이)
 $= (\overline{PR}$ 이 지름인 원의 둘레)
 $+ (\overline{PQ}$ 가 지름인 원의 둘레)
 $= (2\pi \times 8) + (2\pi \times 4)$
 $= 24\pi$ (cm)

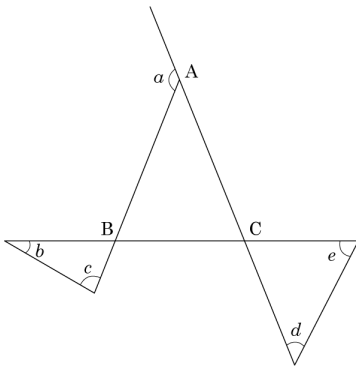
30. 반지름의 길이가 3cm 인 원이 직선 l 과 두 점에서 만난다. 다음 중 원의 중심과 직선 l 사이의 거리로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
- ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

- ③ $d = r$ 이므로 한 점에서 만난다.(접한다.)
 ④, ⑤ $d > r$ 이므로 원과 직선 l 은 만나지 않는다.

31. 다음 그림에서 $\frac{1}{9}(\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e)$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$ 에서 외각의 성질을 이용하여
 $\angle A = 180^\circ - \angle a$
 $\angle B = 180^\circ - (\angle b + \angle c)$
 $\angle C = 180^\circ - (\angle d + \angle e)$
 삼각형 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle A + \angle B + \angle C = (180^\circ - \angle a) + \{180^\circ - (\angle b + \angle c)\} + \{180^\circ - (\angle d + \angle e)\} = 180^\circ$
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 360^\circ$
 $\therefore \frac{1}{9}(\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e) = 40^\circ$

32. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 현 중에서 가장 긴 현은 지름이다.
 ㉡ 한 원 위에서 반지름의 길이와 같은 현을 잡고 이 현의 양 끝 점을 지나는 부채꼴을 만들면 이 부채꼴의 중심각의 크기는 60° 이다.
 ㉢ 한 원에서 같은 중심각에 대한 호의 길이는 현의 길이보다 항상 크다.
 ㉣ 한 원에서 부채꼴과 활꼴이 같아질 수는 없다.
 ㉤ 한 원 위의 두 점을 호의 양끝으로 하는 부채꼴의 넓이는 같은 두 점을 호의 양끝으로 하는 활꼴의 넓이보다 항상 크다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
 ③ ㉡, ㉢, ㉣ ④ ㉡, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉢: 부채꼴의 중심각의 크기가 180° , 즉 반원일 경우 부채꼴과 활꼴이 같아질 수 있다.
 ㉤: 중심각의 크기가 180° 보다 작으면 부채꼴의 넓이가 활꼴의 넓이보다 크다. 그런데 중심각의 크기가 180° 일 때에는 두 넓이가 같다.

33. 대각선의 총수가 27 개인 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 140°

해설

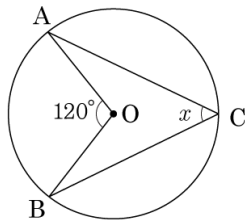
$$\frac{n(n-3)}{2} = 27$$

$$n(n-3) = 54$$

$$\therefore n = 9$$

정구각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (9-2)}{9} = 140^\circ$ 이다.

34. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

① 30°

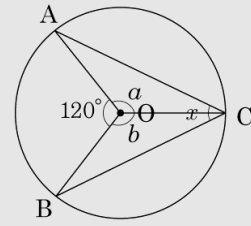
② 45°

③ 50°

④ 60°

⑤ 72°

해설



$$a + b = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACO = \angle CAO, \angle BCO = \angle CBO$$

$$\angle ACO = \frac{180^\circ - a}{2}, \angle BCO = \frac{180^\circ - b}{2}$$

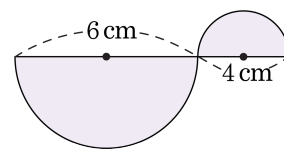
$$\therefore \angle x = \frac{180^\circ - a}{2} + \frac{180^\circ - b}{2}$$

$$= 90^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}(a + b)$$

$$= 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ$$

35. 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는?



[배점 5, 상하]

① 10cm

② 10π cm

③ 20cm

④ $(5\pi + 10)$ cm

⑤ $(10\pi + 10)$ cm

해설

$$\left(6 + \frac{1}{2} \times 6\pi\right) + \left(4 + \frac{1}{2} \times 4\pi\right) = 10 + 5\pi(\text{cm})$$