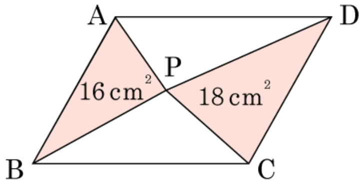
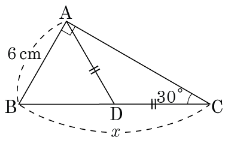
문제풀이

1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. △PAB의 넓이가 $16\,\mathrm{cm}^2$, △PCD의 넓이가 $18\,\mathrm{cm}^2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



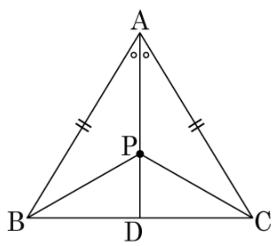
2. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\mathrm{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm

④ 10cm ⑤ 12cm

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P에 대하여 다음 중 옳은 것은?

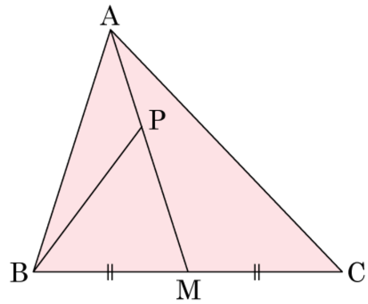


① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BC}$

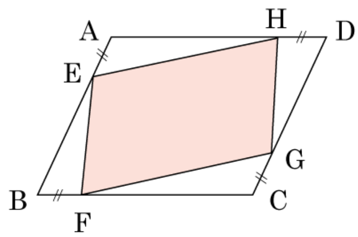
③ $\overline{BP} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AP} = \overline{BP}$

⑤ △PDB ≡ △PDC

4. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60\mathrm{cm}^2$일 때 △PBM의 넓이를 구하여라.



5. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형일 때, □EFGH 가 평행사변형이 되는 조건은?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

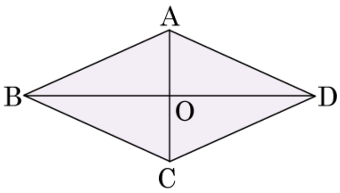
② $\angle FEG = \angle FGH$

③ $\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$

④ $\angle EFG = \angle GHE$, $\angle FEH = \angle FGH$

⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}$, $\overline{FG} = \overline{HG}$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{AO}}$ 와 $\overline{\mathrm{OD}}$ 는 직교한다.

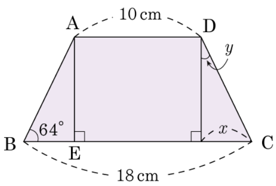
② $\angle\mathrm{ABO} = \angle\mathrm{OBC}$

③ $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 의 길이는 같다.

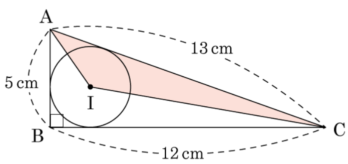
④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DA}}$

⑤ $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OC}}$ 의 길이는 같다.

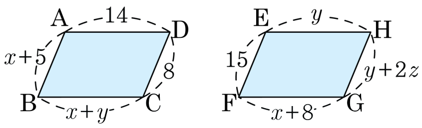
7. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 로 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, x, y 를 각각 구하여라.



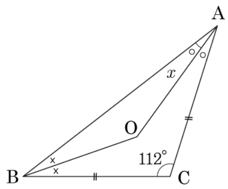
8. 다음 그림과 같이 $\angle\mathrm{B} = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 12\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 13\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{AIC}$ 의 넓이를 구하여라.



9. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형이 있을 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



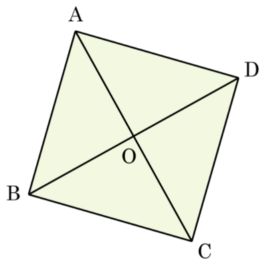
10. $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{ACB} = 112°$ 일 때, x 의 값은?



① 15°　② 16°　③ 17°

④ 18°　⑤ 19°

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{A} = 90°$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형　② 평행사변형

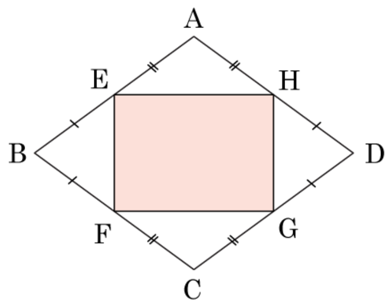
③ 마름모　④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

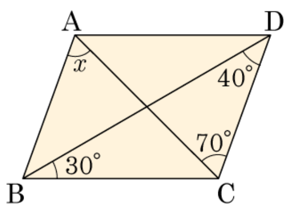
12. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

① 마름모 ② 직사각형
③ 사다리꼴 ④ 정사각형
⑤ 평행사변형

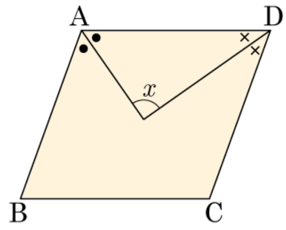
13. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. ∠E 의 크기를 구하여라.



14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.

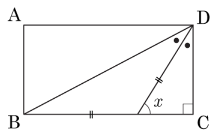


15. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ = ( )° 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



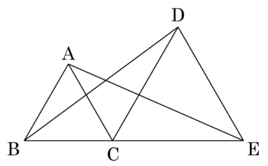
① 90 ② 85 ③ 80 ④ 75 ⑤ 70

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$, BDE = CDE 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°

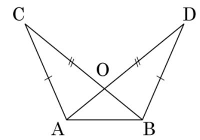
17. 다음 그림에서 △ABC, △DCE가 정삼각형일 때, $\overline{AE}=\overline{BD}$임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



△ABC, △DCE 에서
$\overline{AC}=\overline{BC}, \overline{CE}=\overline{CD}$
$\angle ACE = \angle ACD + \boxed{㉠}$
$= \angle ACD + \boxed{㉡}°$
$\angle BCD = \angle ACD + \boxed{㉢}$
$= \angle ACD + \boxed{㉡}°$이므로
$\angle ACE = \boxed{㉣}$
따라서 △ACE ≡ △BCD ($\boxed{㉤}$ 합동)이므로
$\overline{AE}=\overline{BD}$이다.

① ㉠ : ∠DCE
② ㉡ : 60°
③ ㉢ : ∠ACB
④ ㉣ : ∠BDE
⑤ ㉤ : SAS

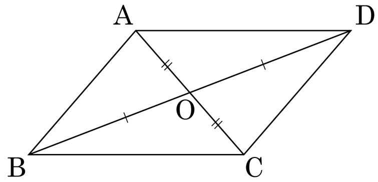
18. 다음 그림에서 △OAB가 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다. 각 빈칸에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



[가정] $\boxed{㉠}$, $\overline{CB}=\overline{DA}$
[결론] △OAB가 이등변삼각형이다.
[증명] △CAB, △DAB에서
$\overline{CA}=\overline{DB}$, $\overline{CB}=\overline{DA}$이고
$\boxed{㉡}$는 공통이므로
△CAB와 △DAB는 $\boxed{㉢}$ 합동이다.
따라서 $\boxed{㉣}$이므로
△OAB 는 $\boxed{㉤}$이다.

① ㉠ : $\overline{CA}=\overline{DB}$
② ㉡ : $\overline{AB}$
③ ㉢ : SAS
④ ㉣ : ∠CBA = ∠DAB
⑤ ㉤ : 직각이등변삼각형

19. 다음은 ‘두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.’ 를 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=$ $\boxed{ㄱ}$

[결론] $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

[증명] △OAB와 △OCD에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=$ $\boxed{ㄱ}$ (가정)

$\angle AOB=\angle COD$ ($\boxed{ㄴ}$)

따라서 $\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ ($\boxed{ㄷ}$ 합동)

에서

$\angle OAB=$ $\boxed{ㄹ}$ 이므로

$\therefore\ \overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}\cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$에서

$\boxed{ㅁ}$ $=\angle OCB$이므로

$\therefore\ \overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}\cdots$ ㉡

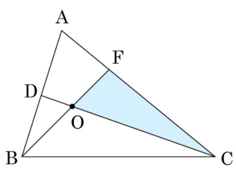
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{OD}$ ② ㄴ : 맞꼭지각

③ ㄷ : SAS ④ ㄹ : $\angle OCD$

⑤ ㅁ : $\angle ODA$

20. 다음 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=1:1$, $\overline{DO}:\overline{OC}=1:5$, $\overline{AF}:\overline{FC}=1:3$이다. △ABC의 넓이가 1200일 때, △COF의 넓이를 구하여라.



21. 다음은 「$\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 B, C의 이등분선의 교점을 O 라 하면 △OBC 도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다. ㈎~㈒에 들어갈 것으로 옳은 것은?

[가정] △ABC 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABO=\angle OBC$

,

$\angle ACO=\angle OCB$ 이다.

[결론] $\boxed{(가)}$

[증명] $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로

$\angle\boxed{(나)}=\angle ACB$

$\angle OBC=\boxed{(다)}\times\angle ABC$

$\angle\boxed{(라)}=\boxed{(다)}\times\angle ACB$

따라서 △OBC 는 $\boxed{(마)}$이다.

① ㈎ $\overline{OB}=\overline{OC}$ ② ㈏ ABO

③ ㈐ $\frac{1}{4}$ ④ ㈑ ACB

⑤ ㈒ 예각삼각형

22. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

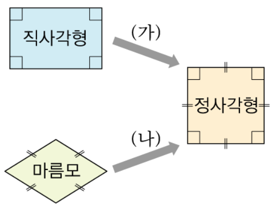
② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

23. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

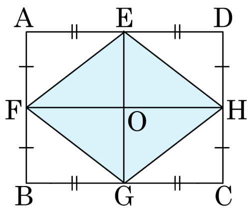
② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

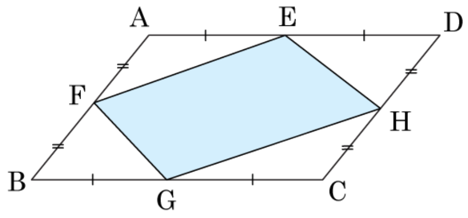
④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

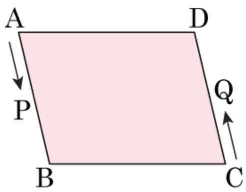
24. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



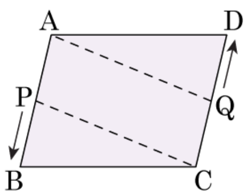
25. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. 각 변의 중점 E, F, G, H 를 연결하여 만든 □EFGH 의 넓이가 24 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



26. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 초속 4cm 의 속도로 A 에서 출발하여 B 쪽으로, 점 Q 는 매초 7cm 의 속도로 $\overline{CD}$ 위를 C 에서 출발하여 D 쪽으로 움직이고 있다. P 가 출발한 지 9 초 후에 Q 가 출발할 때, 처음으로 $\overline{AQ} // \overline{PC}$ 가 되는 것은 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.



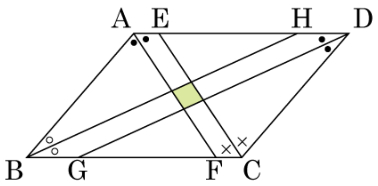
27. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5m 의 속도로, 점 Q 는 7m 의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



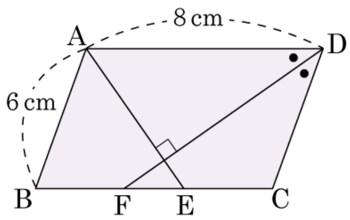
① 5 초　　② 8 초　　③ 10 초

④ 12 초　　⑤ 15 초

28. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 빗금 친 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{BH}} // \overline{\mathrm{GD}}$)



29. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 는 $\angle \mathrm{D}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{DF}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{FE}}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



30. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

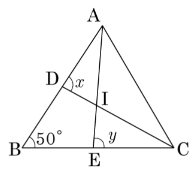
H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$

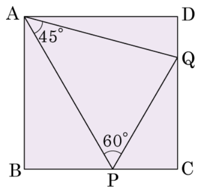
③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$

⑤ $P \cup H = H$

31. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\angle \mathrm{B} = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



32. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$일 때, $\angle AQD$의 크기는?



① 45° ② 55° ③ 65°

④ 75° ⑤ 85°

33. 다음 명제가 참이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

$4x + a = 3$이면 $7 + 2a = 2 - 3a$이다.

34. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선 AC, BD 의 교점이다.)

① $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{DA} = 7\text{cm}$

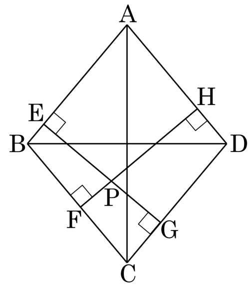
② $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OB} = 4\text{cm}$, $\overline{OC} = 5\text{cm}$, $\overline{OD} = 5\text{cm}$

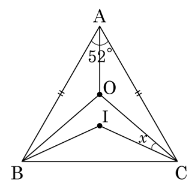
④ $\overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 7\text{cm}$

⑤ $\angle A = \angle B$

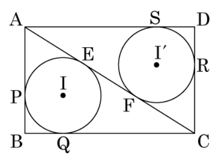
35. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD 가 있다. □ABCD 의 내부의 한 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1 , l_2 , l_3 , l_4 라 하고, $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = \dfrac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.



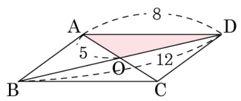
36. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



37. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 △ABC 와 △ACD 의 내접원 I, I′ 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.

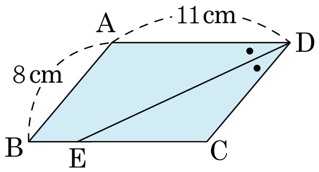


38. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}=8$, $\overline{AO}=5$, $\overline{BD}=12$일 때, $\triangle$OAD의 둘레의 길이는?



① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

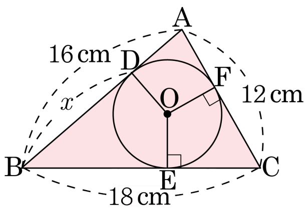
39. 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADE=\angle CDE$일 때, $\overline{BE}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm

④ 6cm ⑤ 7cm

40. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$의 길이 x 를 구하여라.



41. a, b가 자연수이고 p, q, r가 다음과 같을 때, 참인 명제는?

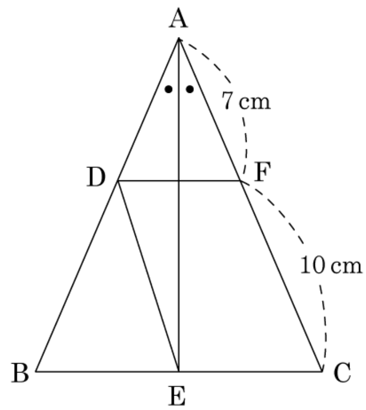
> $p : a=0$ 또는 $b=0$이다.
> $q : ab=0$이다.
> $r : a+b=0$이다.

① p이면 r이다. ② q이면 r이다.

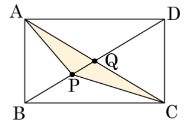
③ r이면 q이다. ④ r이면 p이다.

⑤ p이면 q이다.

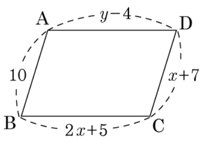
42. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle$A 의 이등분선이다. $\overline{DF}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



43. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle$PCD, $\triangle$BCP 의 넓이는 각각 10cm^2, 6cm^2 가 된다. 이 때, $\triangle$PAC 의 넓이를 구하여라.



44. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=15$ ② $x=3,\ y=16$

③ $x=4,\ y=16$ ④ $x=3,\ y=15$

⑤ $x=5,\ y=12$

45. 다음은 '두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

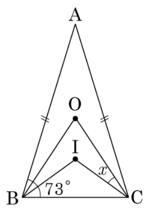
[가정] □ABCD는 평행사변형이고 $\overline{AC}=\overline{BD}$
[결론] $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$
[증명] $\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서
$\overline{AB}=$ [ㄱ](대변의 길이) ···㉠
[ㄴ] (가정) ···㉡
[ㄷ] 는 공통 ···㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ ([ㄹ] 합동)
$\angle B=\angle C=90°$ (동측내각)
같은 방법으로 $\triangle ABD\equiv\triangle DCA$이므로
$\angle A=\angle D=90°$ (동측내각)
$\therefore\ \angle A=\angle B=\angle C=\angle D=$ [ㅁ]
따라서 □ABCD는 직사각형이다.

① ㄱ : $\overline{DC}$ ② ㄴ : $\overline{AC}=\overline{BD}$

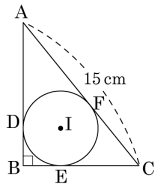
③ ㄷ : $\overline{BC}$ ④ ㄹ : SAS

⑤ ㅁ : $90°$

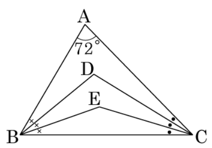
46. 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC=73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



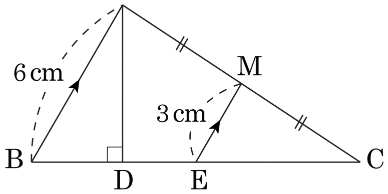
47. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AC}=15\text{cm}$, $\overline{AB}+\overline{BC}=21\text{cm}$, 일 때, △ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



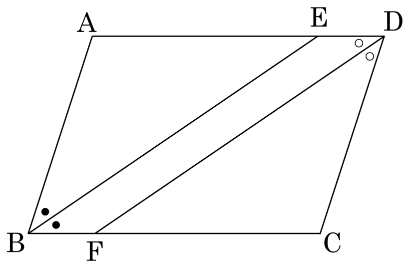
48. 다음 그림의 △ABC 에서 ∠B, ∠C 의 삼등분점의 교점을 각각 D, E 라 할 때, ∠BDC 와 ∠BEC 의 차를 구하여라.



49. 다음 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$에 평행한 선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자. $\angle B=2\angle C$, $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{ME}=3\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



50. 다음은 평행사변형 ABCD에서 ∠B, ∠D의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고
$\angle B=\angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE=\angle EBF\cdots$ ㉠
$\angle AEB=\angle EBF$ (엇각)
$\angle EDF=\boxed{}$(엇각) 이므로
$\angle AEB=\angle CFD$
$\angle DEB=\angle 180^\circ-\boxed{}=\angle DFB\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

① ∠CDF, ∠ABE
② ∠CDF, ∠AEB
③ ∠CFD, ∠ABE
④ ∠CFD, ∠AEB
⑤ ∠DCF, ∠ABE