

다각형에서 원과직선

1. 반지름의 길이가 r 인 원의 중심 O 와 직선 l 사이의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 원 O 와 직선 l 이 만나지 않는 경우는? [배점 2, 하중]

- ① $d = 6, r = 6$ ② $d = 5, r = 6$
 ③ $d = 7, r = 8$ ④ $d = 8, r = 7$
 ⑤ $d = 9, r = 9$

해설

$d > r$ 일 때 만나지 않는다. $8 < 7$ 이므로 ④ 이다.

2. 반지름의 길이가 각각 7cm, 11cm 인 두 원 O, O' 의 중심거리를 d 라고 할 때, 다음 중 두 원이 두 점에서 만나는 경우는? [배점 2, 하중]

- ① $d = 15\text{cm}$ ② $d = 18\text{cm}$ ③ $d = 19\text{cm}$
 ④ $d = 21\text{cm}$ ⑤ $d = 25\text{cm}$

해설

$r' - r < d < r' + r$ (단, $r' > r$) 일 때 두 점에서 만나므로 $4 < d < 18$ 인 경우는 15cm 이다.

3. 반지름의 길이가 각각 4cm, 6cm 인 두 원 O, O' 의 중심거리를 d 라고 할 때, 다음 중 두 원이 두 점에서 만나는 경우를 구하면? [배점 2, 하중]

- ① $d = 8\text{cm}$ ② $d = 10\text{cm}$ ③ $d = 11\text{cm}$
 ④ $d = 12\text{cm}$ ⑤ $d = 15\text{cm}$

해설

$r' - r < d < r' + r$ (단, $r' > r$) 일 때 두 점에서 만나므로 $2 < d < 10$ 인 경우는 8cm 이다.

4. 반지름의 길이가 각각 5cm, 10cm 인 두 원의 중심거리가 다음과 같을 때, 두 원의 위치 관계를 말하여라.
 (1) 5cm (2) 7cm (3) 15cm [배점 2, 하중]

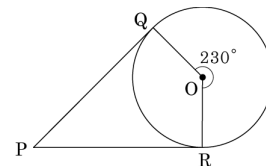
▶ 답:

▷ 정답: 두 원이 내접한다. ∴ 두 원이 두 점에서 만난다. ∴ 두 원이 외접한다.

해설

- (1) 두 원의 반지름의 차와 중심거리가 같으므로 내접한다.
 (2) 중심거리가 두 원의 반지름의 차보다 크고 합보다 작으므로 두 점에서 만난다.
 (3) 두 원의 반지름의 합과 중심거리가 같으므로 외접한다.

5. 다음 그림에서 직선 PQ 와 PR 은 원 O 의 접선이다. $\angle P$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 50°

해설

원의 접선은 원의 중심과 접점을 이은 선분(반지름)과 수직이다.

직선 PQ와 PR는 원 O의 접선이므로

$$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ = \angle R$$

또, $\square PROQ$ 의 내각의 합은 360° 이므로

$$\angle P + \angle OQP + \angle ORP + \angle ROQ = 360^\circ$$

$$\angle ROQ = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle P + 90^\circ + 90^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle P = 50^\circ$$

6. 반지름의 길이가 r 인 원 O의 중심에서 직선 l 에 내린 수선의 길이를 d 라 할 때, 다음 중 원 O와 직선 l 이 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $r = 4\text{cm}$, $d = 3\text{cm}$
 ② $r = 5\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
 ③ $r = 6\text{cm}$, $d = 8\text{cm}$
 ④ $r = 9\text{cm}$, $d = 12\text{cm}$
 ⑤ $r = 10\text{cm}$, $d = 10\text{cm}$

해설

원과 두 점에서 만날 경우는 할선인 경우이므로 직선 l 에 이르는 거리를 d 의 범위는 $0 \leq d < r$

① $r = 4$, $d = 3$, $0 \leq d < r$ 이므로 두 점에서 만난다.

7. 반지름의 길이가 3인 원의 중심 O와 직선 l 사이의 거리를 d 라 할 때, 직선 l 이 원 O와 한 점에서 만나게 되는 경우는? [배점 3, 하상]

- ① $d = 3$ ② $d = 4$ ③ $d = 5$
 ④ $d = 6$ ⑤ $d = 0$

해설

i) $d < r$ 이면 두 점에서 만난다.

ii) $d > r$ 이면 만나지 않는다.

iii) $d = r$ 이면 한 점에서 만난다.

$$\therefore d = 3$$

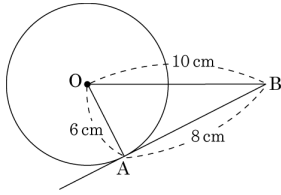
8. 반지름이 3cm인 원의 중심 O에서 5cm 떨어진 점 O' 가 있다. 점 O' 를 중심으로 하고, 반지름이 $a\text{cm}$ 인 원의 내부에 원 O가 있도록 그리려고 한다. a 의 값의 범위는? [배점 3, 하상]

- ① $a > 8$ ② $5 < a < 8$
 ③ $8 < a < 11$ ④ $a < 11$
 ⑤ $2 < a < 11$

해설

한 원이 다른 원의 내부에 있으려면 $d < r - r'$ 이므로 $5 < a - 3$ 이므로 $a > 8$ 이다.

9. 다음 그림은 원 O 밖의 한 점 B에서 접선 BA를 그은 것이다. $\triangle OAB$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① 10cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2
 ④ 20cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로 $\angle OAB = 90^\circ$ 이다.
 따라서 삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$
 $\therefore$ 삼각형 OAB의 넓이는 24이다.

10. 다음 그림은 일식이 일어나는 장면을 그린 것이다. 부분일식이 일어난 (3)과 (5)에서의 위치 관계와 같은 것은?(단, 달과 태양을 원이라고 가정한다.)



[배점 3, 하상]

- ① 한 원이 다른 원의 외부에 있을 때
 ② 두 원이 외접할 때
 ③ 두 원이 두 점에서 만날 때
 ④ 두 원이 내접할 때
 ⑤ 두 원의 중심이 일치할 때

해설

달과 태양이 일부만 겹칠 때 부분일식이 일어나므로 원으로 가정하면 두 점에서 만날 때 부분일식이 일어난다.

11. 반지름의 길이가 r 인 원 O와 직선 l 이 있다. 다음 중 직선 l 이 원 O의 할선이 될 수 없는 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $r = 3, d = 2$ ② $r = 7, d = 4$
 ③ $r = 2, d = 4$ ④ $r = 5, d = 3$
 ⑤ $r = 3, d = 0$

해설

직선 l 이 원 O 의 할선이 되려면 두 점에서 만나야 하므로 $r > d$ 이다. $r = 2$, $d = 4$ 이면 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

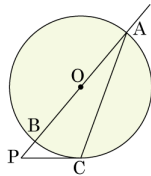
12. 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리가 5cm 이다. 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?
[배점 3, 중하]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

접선은 원과 한 점에서 만나므로 $d = r$ 이다.

13. 다음 그림에서 선분 PA 는 원의 중심을 지나는 할선이고, 선분 PC 는 원의 접선이다. $\angle APC = 50^\circ$ 일 때, $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{AC}}$ 의 값을 구하여라.

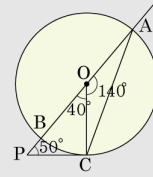


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{7}$

해설



보조선 OC 를 그으면 위의 그림과 같이 $\angle AOC = 140^\circ$
부채꼴의 호의 길이와 중심각은 정비례하므로

$$\therefore \frac{\widehat{AB}}{\widehat{AC}} = \frac{180^\circ}{140^\circ} = \frac{9}{7}$$

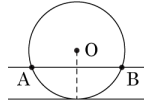
14. 반지름의 길이가 7cm 인 원 O 와 직선 l 사이의 거리가 d cm 일 때, 원 O 와 직선 l 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 d 값의 범위를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① $0 < d < 5$ ② $0 \leq d < 7$
③ $0 < d \leq 7$ ④ $0 \leq d < 11$
⑤ $7 \leq d < 11$

해설

$0 \leq d < r$ 일 때, 두 점에서 만난다.

15. 다음 그림에서 원의 중심과 할선 AB까지의 거리가 5cm이고 할선과 접선까지의 거리가 10cm일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

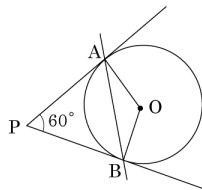
▶ 답 :

▷ 정답 : 15 cm

해설

원의 중심으로부터 접선까지의 길이가 반지름의 길이이므로 원 O의 반지름의 길이는 $5 + 10 = 15(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이고 두 점 A, B는 그 접점이다. 두 접점 A, B를 지나는 할선을 그었을 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

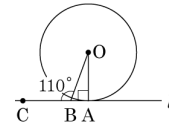
▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

해설

사각형 내의 네 각의 합은 360° 이므로 각 $\angle AOB$ 는 $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 이다. 선분 AO와 BO는 원의 반지름으로 길이가 같기 때문에 삼각형 AOB는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB$ 는 30° 이다. 따라서 $\angle PAB$ 는 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 직선 l 은 원 O의 접선이다. $\angle CBO = 110^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

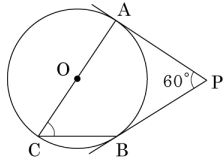
▶ 답 :

▷ 정답 : 20°

해설

삼각형의 세 내각의 합은 $\angle AOB + 90^\circ + (180^\circ - 110^\circ) = 180^\circ$ 이므로 각 $\angle AOB$ 는 20° 이다.

18. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 두 점 A, B 에서의 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 지름이다. $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

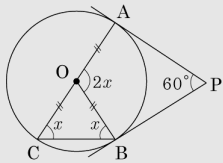


[배점 4, 중중]

- ① 50° ② 55° ③ 60°
 ④ 65° ⑤ 70°

해설

그림에서 원의 중심 O 와 점 B 를 이으면,



$\square AOBP$ 에서 내각의 합은 360° 이므로,
 $\angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\angle ACB = x$ 라 할 때, $\angle ACB = \angle OBC = x$
 $\triangle OBC$ 의 외각의 성질에 의하여
 $2x = 120^\circ$
 $\therefore \angle x = 60^\circ$

19. 반지름의 길이가 각각 3cm, 8cm 인 두 원이 한 점에서 만날 때, 중심거리 d 값의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

두 원이 외접할 때, $d = r + r'$ 이므로

$$d_1 = 3 + 8 = 11$$

두 원이 내접할 때, $d = r' - r$ 이므로

$$d_2 = 8 - 3 = 5$$

따라서 d 값의 합은 $5 + 11 = 16$ 이다.

20. 반지름의 길이가 각각 4cm, 7cm 인 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 중심거리 d 의 값을 $x < d < y$ 라고 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

서로 다른 두 점에서 만나려면

$$r - r' < d < r + r' \text{ 이므로 } 7 - 4 < d < 7 + 4$$

$$\therefore 3 < d < 11$$

따라서 $x = 3$, $y = 11$ 이므로

$$\therefore y - x = 11 - 3 = 8 \text{ 이다.}$$

21. 다음 중 두 원의 위치관계가 서로 다른 두 점에서 만나는 것은?

보기

- ㉠ 반지름이 각각 3cm, 7cm 이고 중심거리가 10cm 이다.
- ㉡ 반지름이 각각 4cm, 8cm 이고 중심거리가 9cm 이다.
- ㉢ 반지름이 각각 3cm, 4cm 이고 중심거리가 12cm 이다.
- ㉣ 반지름이 각각 6cm, 3cm 이고 중심거리가 8cm 이다.
- ㉤ 반지름이 각각 1cm, 2cm 이고 중심거리가 1cm 이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

두 원이 두 점에서 만나려면 $r' - r < d < r' + r$ 이다.

- ㉠ $8 - 4 < 9 < 8 + 4$
- ㉢ $6 - 3 < 8 < 6 + 3$ 이므로 두 점에서 만나는 것은 ㉡, ㉣ 이다.

22. 다음 중 공통접선의 개수가 홀수인 것의 개수는?

보기

- ㉠ 두 원의 반지름이 각각 5cm, 7cm 이고 중심거리가 2cm 이다.
- ㉡ 두 원의 반지름이 각각 4cm, 9cm 이고 중심거리가 9cm 이다.
- ㉢ 두 원의 반지름이 각각 8cm, 4cm 이고 중심거리가 12cm 이다.
- ㉣ 두 원의 반지름이 각각 6cm, 3cm 이고 중심거리가 9cm 이다.
- ㉤ 두 원의 반지름이 각각 1cm, 2cm 이고 중심거리가 1cm 이다.

[배점 4, 중중]

- ① 한 개도 없다. ② 1 개
 ③ 2 개 ④ 3 개
 ⑤ 4 개

해설

공통접선의 개수가 홀수일 때는, 두 원이 서로 내접(1 개) 하거나, 서로 외접(3 개) 할 때 이므로
 $7 - 5 = 2$ (내접)
 $8 + 4 = 12$ (외접)
 $6 + 3 = 9$ (외접)
 $2 - 1 = 1$ (내접)
 총 4 개다.

23. 반지름의 길이가 각각 6cm, 13cm 인 두 원의 공통접선의 개수가 4 개일 때, 두 원의 중심거리 d 의 최솟값은? (단, d 는 정수이다.) [배점 4, 중중]

- ① 6cm ② 7cm ③ 13cm
 ④ 19cm ⑤ 20cm

해설

두 원의 공통접선의 개수가 4 개인 경우는,
한 원이 다른 원의 외부에 있으면서 서로 만나지 않는 경우이므로 중심거리 d 의 범위는 $d > 13 + 6$ 이다.
따라서 $d > 19$ 이고, 정수 d 의 최솟값은 20 (cm) 이다.

24. 지름의 길이가 12cm 인 원의 중심으로부터 거리가 다음과 같은 직선 중에서 할선이 되는 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① 8cm ② 7cm ③ 6cm
④ 5cm ⑤ 4cm

해설

원의 반지름의 길이가 r cm, 원의 중심에서 직선까지의 거리가 d 일 때 할선이 되는 d 의 범위는 $0 \leq d < r$ 이다.
 $\therefore 0 \leq d < 6$ 이므로 ④, ⑤

25. 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $n - 2$ 개이다.
② n 각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해서 $n - 3$ 개의 삼각형으로 나누어진다.
③ n 각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형은 $n - 1$ 개이다.
④ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $r = d$ 라면 직선 l 은 접선이다.
⑤ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $d > r$ 라면 직선 l 은 할선이다.

해설

- ① n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $n - 3$ 개이다.
② n 각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해서 $n - 2$ 개의 삼각형으로 나누어진다.
③ n 각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형은 n 개이다
⑤ 반지름이 r 인 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, $0 \leq d < r$ 인 경우 직선 l 은 할선이다.