실력 확인 문제

1. 다음 중 세 변의 길이의 비가 예각삼각형인 것은? [배점 2, 하하]

① $2:3:4$ ② $4:7:9$

③ $5:7:2\sqrt{3}$ ④ $6:2\sqrt{3}:5$

⑤ $2\sqrt{2}:2\sqrt{2}:5$

해설

④ $6^2=36$, $(2\sqrt{3})^2+5^2=37$, $36<37$ 따라서 예각삼각형.

2. 각 변의 길이가 4, 10, a 인 직각삼각형이 있다. 가장 긴 변의 길이를 10 이라고 할 때의 a 값과 가장 긴 변의 길이를 a 이라고 할 때, a 의 값으로 바르게 짝지은 것은? [배점 2, 하하]

① $2\sqrt{19}$, $2\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{13}$, $2\sqrt{23}$

③ $2\sqrt{11}$, $2\sqrt{17}$ ④ $2\sqrt{21}$, $2\sqrt{26}$

⑤ $2\sqrt{15}$, $2\sqrt{26}$

해설

(1) $10^2=4^2+a^2, a^2=84$, $a>0$이므로
$a=2\sqrt{21}$

(2) $a^2=4+100, a^2=104$, $a>0$이므로
$a=\sqrt{104}=2\sqrt{26}$

3. 다음 세 변의 길이의 비가 각각 $2:4:3\sqrt{3}$ 인 삼각형은 무슨 삼각형인지 말하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

$3\sqrt{3}$ 이 가장 긴 변이다.
$(3\sqrt{3})^2=27$, $4^2+2^2=20$, $27>20$, 둔각삼각형.

4. 삼각형의 세 변의 길이가 다음 보기와 같을 때 직각삼각형이 되는 것을 골라라.

㉠ $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$
㉡ $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 3)$
㉢ $(\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5})$
㉣ $(2, 3, \sqrt{3})$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

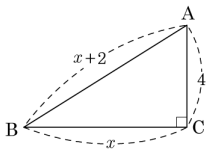
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\sqrt{3}^2=\sqrt{2}^2+1^2$

5. 다음은 직각삼각형 ABC 를 그린 것이다. x 의 값으로 적절한 것은?



[배점 2, 하중]

① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5.5

해설

$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$
$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$
$4x = 12 \quad \therefore x = 3$

6. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
② $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
③ $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
④ $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
⑤ $\angle C = 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

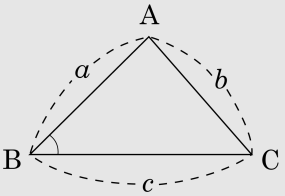
해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
c 가 가장 긴 변이므로
$c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90°$ 이다.

7. 삼각형 ABC 에서 $\angle B < 90°$ 이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $b^2 = a^2 + c^2$ ② $c^2 = a^2 + b^2$
③ $a^2 = b^2 + c^2$ ④ $b^2 - c^2 < a^2$
⑤ $c^2 < a^2 + b^2$

해설



$b^2 < a^2 + c^2$ 이므로
$b^2 - c^2 < a^2$

8. 다음 중 세 변의 길이가 각각 x, 5, 10 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (단, $x < 10$) (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

ⅰ) 삼각형의 결정조건 : $10-5<x<10+5$

그런데 $x<10$ 이므로

$\therefore\ 5<x<10$

ⅱ) 둔각삼각형일 조건 : $10^2>5^2+x^2$

$\therefore\ x<5\sqrt{3}$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $5<x<5\sqrt{3}$ 이므로 5,9 는 적당하지 않다.

9. 세 변의 길이가 $6cm$, $5cm$, acm 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a<6$) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $1<a<\sqrt{11}$

▷ 정답 : $1<a<\sqrt{11}$

해설

$6^2>5^2+a^2,\ 36>25+a^2$

$a^2<11,\ a<\sqrt{11}$

$6<5+a,\ a>1$

$\therefore 1<a<\sqrt{11}$

10. $a+3, \sqrt{3}a, a-3$ 을 세 변의 길이로 하는 직각삼각형이 있다. a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (단, $a>3$) [배점 3, 중하]

① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 4

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(1) $\sqrt{3}a$ 가 빗변의 길이일 때

$(\sqrt{3}a)^2=(a+3)^2+(a-3)^2$

$3a^2=a^2+6a+9+a^2-6a+9$

$a^2=8\quad\therefore a=3\sqrt{2}(\because a>3)$

(2) $(a+3)$ 가 빗변의 길이일 때

$(a+3)^2=(\sqrt{3a})^2+(a-3)^2$

$a^2+6a+9=3a^2+a^2-6a+9$

$3a^2-12a=0$

$3a(a-4)=0$

$\therefore a=4(\because a>3)$