

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4y^6 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2$
 $= 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2b^6 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$2a - [a - \{3b - (5a - b)\} + b]$ [배점 3, 중하]

▶ 답 :

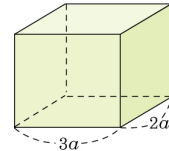
▶ 정답 : $-4a + 3b$

▶ 정답 : $-4a + 3b$

해설

(준식) $= 2a - \{a - (3b - 5a + b) + b\}$
 $= 2a - (a - 3b + 5a - b + b)$
 $= 2a - (6a - 3b)$
 $= -4a + 3b$

3. 다음 그림과 같이 밑면의 가로 길이 $3a$, 세로 길이 $2a$ 인 직육면체의 부피가 $18a^3 - 15a^2b$ 라고 한다. $a = 6$, $b = 4$ 일 때, 높이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

▶ 정답 : 8

해설

(부피) = (밑넓이) $\times$ (높이)

(부피) $= 18a^3 - 15a^2b$

(밑넓이) $= 3a \times 2a = 6a^2$

$18a^3 - 15a^2b = 6a^2 \times h$

$h = \frac{18a^3 - 15a^2b}{6a^2} = 3a - \frac{5}{2}b$

$\therefore h = 3a - \frac{5}{2}b$

$3 \times 6 - \frac{5}{2} \times 4 = 18 - 10 = 8$

$\therefore h = 8$

4. $\frac{-8x^2y + 4xy^2}{-2xy} - \frac{6xy^2 + 9x^2y}{3xy} = ax + by$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$4x - 2y - (2y + 3x) = x - 4y$ 이므로 $a + b = -3$ 이다.

5. 식 $(a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - (ab - \frac{b^2}{2}) \div \frac{2}{5}b$ 를 계산하면? [배점 4, 중중]

① $-\frac{11}{6}a - \frac{13}{4}b$ ② $-\frac{11}{6}a + \frac{3}{4}b$
 ③ $\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$ ④ $-\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b$
 ⑤ $\frac{11}{6}a - \frac{4}{3}b$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - 3ab) \div \frac{3a}{2} - (ab - \frac{b^2}{2}) \div \frac{2}{5}b \\ &= (a^2 - 3ab) \times \frac{2}{3a} - (ab - \frac{b^2}{2}) \times \frac{5}{2b} \\ &= \frac{2}{3}a - 2b - \frac{5}{2}a + \frac{5}{4}b \\ &= \frac{8a - 24b - 15a + 15b}{12} \\ &= \frac{-22a - 9b}{12} \\ &= -\frac{11}{6}a - \frac{3}{4}b \end{aligned}$$

6. $(x - 4y + 3)^2$ 의 전개식에서 x 의 계수를 a , xy 의 계수를 b , 상수항을 c 라 하자. 이 때, 상수 a , b , c 의 합 $a + b + c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -11 ② -3 ③ 5

④ 7 ⑤ 11

해설

$(x - 4y + 3)(x - 4y + 3)$ 에서
 x 항 : $x \times 3 + 3 \times x = 6x$
 xy 항 : $x \times (-4y) + (-4y) \times x = -8xy$
 상수항 : $3^2 = 9$
 $\therefore a + b + c = 7$

7. $x + y + z = 0$ 일 때, $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$) [배점 5, 중상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} \\ &= \frac{1}{y}(x + z) + \frac{1}{x}(y + z) + \frac{1}{z}(x + y) \\ &= \frac{1}{y}(-x) + \frac{1}{x}(-y) + \frac{1}{z}(-z) \\ &= (-1) + (-1) + (-1) = -3 \end{aligned}$$

8. $\frac{2x^2 - 5x + 4}{3}$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $\frac{x^2 - 19x + 5}{6}$ 가 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2 - 24x + 5}{6}$ ② $\frac{3x^2 - 2x + 5}{6}$
 ③ $\frac{7x^2 - x + 5}{6}$ ④ $\frac{7x^2 - x + 9}{6}$
 ⑤ $\frac{7x^2 - x + 11}{6}$

해설

$$\begin{aligned} \text{어떤 식을 } A \text{ 라 하면 } \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} - A &= \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} - \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 10x + 8}{6} - \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ &= \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} + \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 10x + 8}{6} + \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} \\ &= \frac{7x^2 - x + 11}{6} \end{aligned}$$

9. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $-6x^2 + 2xy - y^2$ ② $-6x^2 + xy + 3y^2$
 ③ $2x^2 - xy - y^2$ ④ $6x^2 + xy - y^2$
 ⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

10. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

11. $[a, b] = (a+b)^2$ 일 때, $[2x, -3y] - 2 \times [-x, 2y]$ 를 간단히 하면? [배점 5, 중상]

- ① $2x^2 - 4xy - 2y^2$ ② $2x^2 - 4xy + 2y^2$
 ③ $2x^2 - 4xy + y^2$ ④ $2x^2 + 4xy + y^2$
 ⑤ $2x^2 + 4xy + 4y^2$

해설

$$\begin{aligned}
& (2x - 3y)^2 - 2 \times (-x + 2y)^2 \\
&= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2(x^2 - 4xy + 4y^2) \\
&= 2x^2 - 4xy + y^2
\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
& \text{(준식)} \\
&= -2x^2 + 6x - 3x^2 + 6x \\
&= -5x^2 + 12x \\
&\therefore a + b = -5 + 12 = 7
\end{aligned}$$

12. $x = 2$, $y = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}
& 2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}] \text{ 을 정리하면} \\
& 2x - \{7y - 2x - (x + 3y)\} \\
&= 2x - (-3x + 4y) \\
&= 5x - 4y \\
&5x - 4y = 5 \times 2 - 4 \times (-1) = 14
\end{aligned}$$

14. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned}
& (3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) \\
&= a3^b - 2^c \text{ 에서 양변에 } (3 - 2) \text{ 를 곱하면} \\
& (3 - 2)(3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) \\
&= (3 - 2)(a3^b - 2^c) \\
& (3^2 - 2^2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) = \\
& a3^b - 2^c \\
& (3^4 - 2^4)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) = a3^b - 2^c \\
& 3^{32} - 2^{32} = a3^b - 2^c \\
& \therefore a = 1, b = 32, c = 32 \\
& \therefore a + b + c = 65
\end{aligned}$$

13. $-x(2x - 6) + (x - 2)(-3x)$ 를 간단히 한 식에서 x^2 의 계수를 a , x 의 계수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 5, 상하]

① 7

② -7

③ 17

④ -17

⑤ 0

15. $10 > m > n$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = (\frac{n}{m})^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

▶ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = (\frac{n}{m})^m \times (\frac{m}{n})^n = (\frac{n}{m})^m \times (\frac{n}{m})^{-n} = (\frac{n}{m})^{m-n}$$

따라서 $10 > m > n$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$$\therefore m + n = 10$$