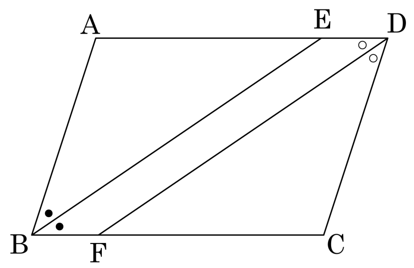
오답 노트-다시풀기

1. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\square$EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\square$ABCD 는 평행사변형이고
$\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
$\angle EDF = \boxed{}$(엇각) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\square$EBFD 는 평행사변형이다.

[배점 6, 상상]

① $\angle CDF$, $\angle ABE$　　② $\angle CDF$, $\angle AEB$

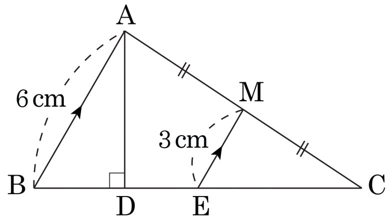
③ $\angle CFD$, $\angle ABE$　　④ $\angle CFD$, $\angle AEB$

⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{AC}$ 의 중점 M 을 지나 $\overline{AB}$ 에 평행한 선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 E 라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} =$ 6cm, $\overline{ME} = 3$cm 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



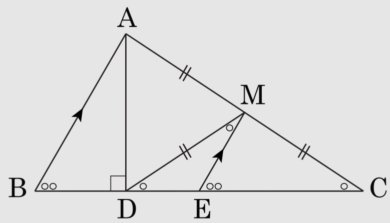
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

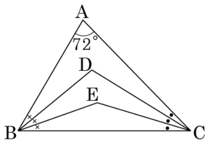
▷ 정답 : 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$ 의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$
$\triangle MDC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$
$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$
따라서 $\triangle EMD$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3$(cm)

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B, \angle C$ 의 삼등분점의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle BDC$ 와 $\angle BEC$ 의 차를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $36\,°$

▷ 정답 : $36\,°$

해설

$\angle B + \angle C = 180° - 72° = 108°$

$\angle EBC + \angle ECB = \frac{1}{3} \times 108° = 36°$

$\angle BEC = 180° - 36° = 144°$

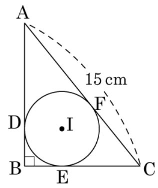
점 E 는 $\triangle DBC$ 의 내심이므로

$\angle BEC = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC$

$144° = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC, \angle BDC = 108°$

$\angle BEC - \angle BDC = 144° - 108° = 36°$

4. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 21\text{cm}$, 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\,\text{cm}$

▷ 정답 : $3\,\text{cm}$

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$ 라 하면, $\overline{CF} = \overline{CE} = 15 - x(\text{cm})$

또, 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 $\square DBEI$ 가 정사각형이므로

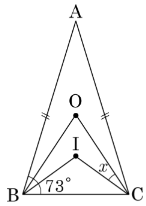
$\overline{DB} = \overline{BE} = r(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} = 21(\text{cm})$ 이므로

$x + r + r + 15 - x = 21,\ 2r = 6$

$\therefore r = 3(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19.5 °

▷ 정답 : 19.5 °

해설

$\angle BAC = 180° - 2 \times \angle ABC = 180° - 2 \times 73° = 34°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 34° = 68°$,

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 90° + \frac{1}{2} \times 34° = 107°$

따라서 △OBC, △IBC 에서,

$\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 68°) = 56°$

$\angle ICB = \frac{1}{2}(180° - 107°) = 36.5°$

$\therefore \angle x = \angle OCB - \angle ICB = 56° - 36.5° = 19.5°$

6. 다음은 '두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ∼ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정] □ABCD는 평행사변형이고 $\overline{AC} = \overline{BD}$
[결론] $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$
[증명] △ABC와 △DCB에서
$\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$(대변의 길이) ⋯㉠
$\boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △DCB ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\angle B = \angle C = 90°$ (동측내각)
같은 방법으로 △ABD ≡ △DCA 이므로
$\angle A = \angle D = 90°$ (동측내각)
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \boxed{\text{ㅁ}}$
따라서 □ABCD는 직사각형이다.

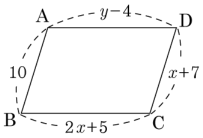
[배점 6, 상중]

① ㄱ : $\overline{DC}$
② ㄴ : $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : 90°

해설

△ABC ≡ △DCB는 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로 SSS 합동이다.

7. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



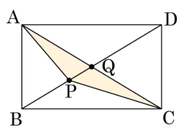
[배점 6, 상중]

① $x=4$, $y=15$　② $x=3$, $y=16$
③ $x=4$, $y=16$　④ $x=3$, $y=15$
⑤ $x=5$, $y=12$

해설

$10=x+7$, $y-4=2x+5$이므로 $x=3$, $y=15$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 △PCD, △BCP 의 넓이는 각각 10cm^2, 6cm^2 가 된다. 이 때, △PAC 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

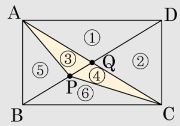
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\,\text{cm}^2$

▷ 정답 : $4\,\text{cm}^2$

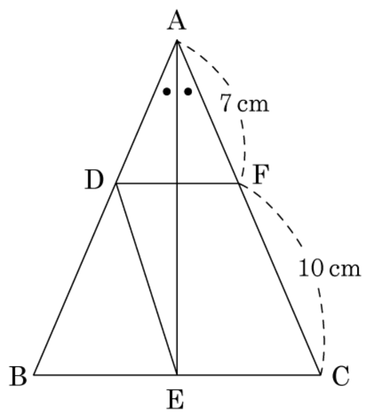
해설

$\frac{1}{2}$□ABCD $=$ △ACD $=$ △APD $+$ △BPC 이므로
각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



① + ② = ① + ③ + ⑥ 에서
② = ③ + ⑥ 이다.
② = △DPC − ④ 라 하면
△DPC − ④ = ③ + ⑥ 이므로
③ + ④ = △DPC − ⑥ $= 10-6=4$ (cm^2)

9. 다음 그림에서 $\overline{\text{AE}}$ 는 ∠A 의 이등분선이다. $\overline{\text{DF}}\,/\!/\,\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{DE}}\,/\!/\,\overline{\text{FC}}$ 일 때, $\overline{\text{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\text{cm}$

▷ 정답 : $10\,\text{cm}$

해설

$\overline{DF} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다. $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$ 따라서 △DEA 는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{DE} = 10$ (cm)

10. a, b가 자연수이고 p, q, r가 다음과 같을 때, 참인 명제는?

$p : a = 0$ 또는 $b = 0$이다.
$q : ab = 0$이다.
$r : a + b = 0$이다.

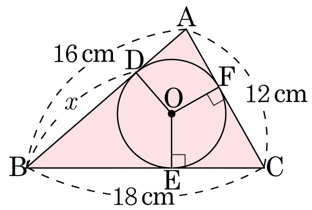
[배점 6, 상중]

① p이면 r이다. ② q이면 r이다.
③ r이면 q이다. ④ r이면 p이다.
⑤ p이면 q이다.

해설

⑤ $a = 0$ 또는 $b = 0$이면 $ab = 0$이다.

11. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11 cm

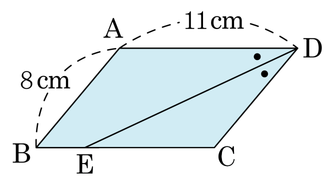
▷ 정답 : 11 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$,
$\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

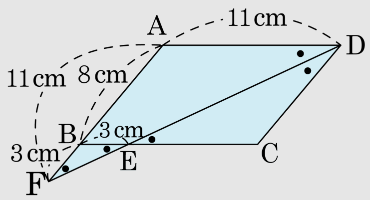
12. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



[배점 5, 상하]

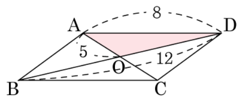
① 3cm ② 4cm ③ 5cm
④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$일 때, △OAD의 둘레의 길이는?



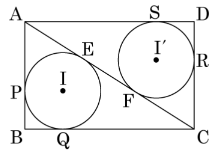
[배점 5, 상하]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$이므로 $\triangle OAD = 5 + 6 + 8 = 19$이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 △ABC 와 △ACD 의 내접원 I, I′ 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 cm

▷ 정답: 2 cm

해설

내접원 I 의 반지름의 길이를 r 라 하면

△ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times r = \frac{1}{2} \times 24 \times r = 12r\ (\text{cm}^2)$

또한, △ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $12r = 24$

$\therefore\ r = 2\text{cm}$

$\overline{BP} = \overline{BQ} = \overline{IP} = 2\text{cm}$ 이므로

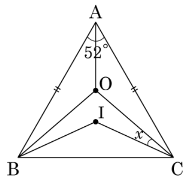
$\overline{AE} = \overline{AP} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

마찬가지 방법으로 하면

$\overline{CF} = \overline{CR} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{AC} - (\overline{AE} + \overline{CF}) = 10 - (4 + 4) = 2(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $6°$

▷ 정답: $6°$

해설

외심의 성질에 의해

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,

내심의 성질에 의해

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$

또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$

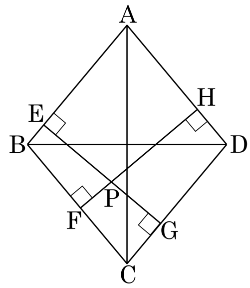
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots$ ㉠

$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots$ ㉡

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.

16. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD 가 있다. □ABCD 의 내부의 한 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1, l_2, l_3, l_4 라 하고, $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = \frac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

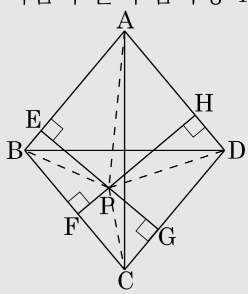
▶ 답:

▷ 정답: $15\,\text{cm}$

▷ 정답: $15\,\text{cm}$

해설

점 P 와 네 꼭짓점 A, B, C, D 를 연결하면 다음과 같이 삼각형 4 개가 만들어진다.



$\overline{AB} = a(\text{cm})$ 라 할 때,

□ABCD

$= \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$ 이므로

$\frac{1}{2} \times a \times (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 216$

$\frac{1}{2} \times a \times \frac{432}{15} = 216$

$\therefore a = 15(\text{cm})$

17. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선 AC, BD 의 교점이다.) [배점 5, 상하]

① $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CD} = 7cm$, $\overline{DA} = 7cm$

② $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{DC} = 3cm$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4cm$, $\overline{OB} = 4cm$, $\overline{OC} = 5cm$, $\overline{OD} = 5cm$

④ $\overline{AC} = 7cm$, $\overline{BD} = 7cm$

⑤ $\angle A = \angle B$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

18. 다음 명제가 참이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

$4x + a = 3$이면 $7 + 2a = 2 - 3a$이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

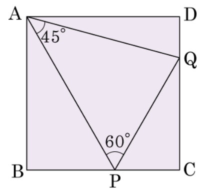
▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

역으로 풀면
$7 + 2a = 2 - 3a$, $5a = -5$, $a = -1$
$4x + a = 3$에 $a = -1$을 대입하면
$4x - 1 = 3$, $4x = 4$, $x = 1$

19. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$일 때, $\angle AQD$의 크기는?

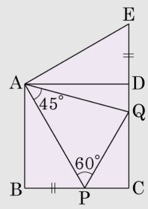


[배점 5, 상하]

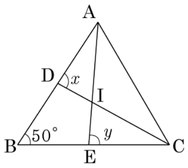
① 45°
② 55°
③ 65°
④ 75°
⑤ 85°

해설

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연정선 위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$인 점 E를 잡는다.
$\triangle APQ$, $\triangle AEQ$에서, $\overline{AP} = \overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,
$\angle PAQ = \angle EAQ = 45°$
$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle AEQ$
$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180° - (45° + 60°) = 75°$



20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle\mathrm{B} = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 165 °

▷ 정답 : 165 °

해설

$\angle x = 50° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{C}$

$\angle y = 50° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A}$

$\angle x + \angle y = 100° + \frac{1}{2}(\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{C})$

$= 100° + \frac{1}{2}(180° - 50°)$

$= 165°$

21. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

> H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
> V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
> P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
> Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
> R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
> S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

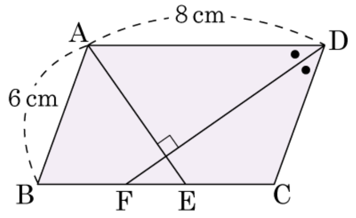
[배점 5, 중상]

① $S \subset R \subset P \subset H$
② $S \subset Q \subset P \subset H$
③ $S \subset Q \subset V \subset H$
④ $S \subset R \subset Q \subset H$
⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4 cm

▷ 정답: 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이므로

$\angle A + \angle D = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ 인데

$\angle FDA + \angle DAE = 90°$ 이므로

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle DAE = \angle EAB$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로,

$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)

$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로

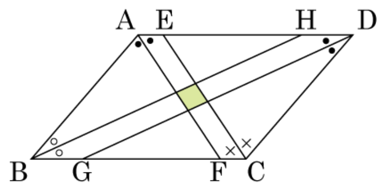
$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\text{ cm}$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$

23. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 빗금 친 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{BH} /\!/ \overline{GD}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 직사각형

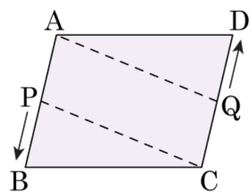
▷ 정답: 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180°$ 이므로 $\circ + \bullet = 90°$

따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 $90°$ 이므로 직사각형이다.

24. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5m 의 속도로, 점 Q 는 7m 의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



[배점 5, 중상]

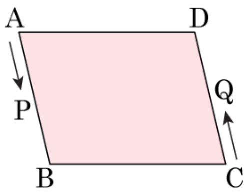
① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초

④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.
$\overline{\mathrm{AP}} = 5(x+4)$, $\overline{\mathrm{CQ}} = 7x$, $5(x+4) = 7x$
$\therefore x = 10$ (초)이다.

25. $\overline{\mathrm{AB}} = 100\mathrm{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 위를 초속 4cm 의 속도로 A 에서 출발하여 B 쪽으로, 점 Q 는 매초 7cm 의 속도로 $\overline{\mathrm{CD}}$ 위를 C 에서 출발하여 D 쪽으로 움직이고 있다. P 가 출발한 지 9 초 후에 Q 가 출발할 때, 처음으로 $\overline{\mathrm{AQ}}//\overline{\mathrm{PC}}$ 가 되는 것은 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

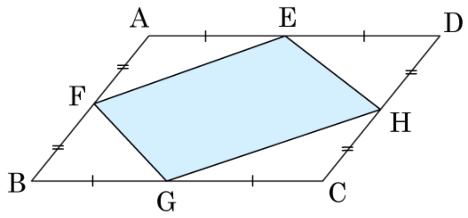
▷ 정답 : 21 초

▷ 정답 : 21 초

해설

Q 가 출발한지 t 초 후의
P 가 움직인 거리 : $\overline{\mathrm{AP}} = 4(9+t)$
Q 가 움직인 거리 : $\overline{\mathrm{CQ}} = 7t$
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}$ 에서 $4(9+t) = 7t$ 이므로 $t = 12$
$\therefore 12 + 9 = 21$ (초) 후이다.

26. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. 각 변의 중점 E, F, G, H 를 연결하여 만든 □EFGH 의 넓이가 24 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



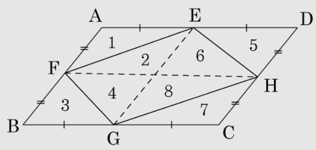
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

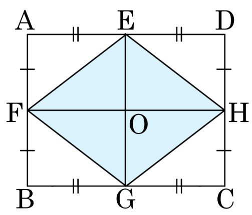
▷ 정답 : 48

해설



다음 그림과 같이 보조선을 이어서 보면 $1 = 2$, $3 = 4$, $5 = 6$, $7 = 8$ 이다.
□EFGH 의 넓이 $2+4+6+8 = 24$ 이므로
□ABCD 의 넓이는 48 이다.

27. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

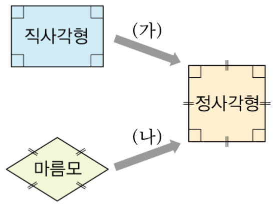
▷ 정답: $6\,\text{cm}^2$

▷ 정답: $6\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ 이다.
직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 △EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

28. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



[배점 5, 중상]

① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

29. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

[배점 5, 중상]

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

30. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 B, C의 이등분선의 교점을 O 라 하면 $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳은 것은?

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABO = \angle OBC$
,
$\angle ACO = \angle OCB$ 이다.
[결론] $\boxed{\quad (가) \quad}$
[증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle\boxed{\ (나)\ } = \angle ACB$
$\angle OBC = \boxed{(다)} \times \angle ABC$
$\angle\boxed{\ (라)\ } = \boxed{(다)} \times \angle ACB$
따라서 $\triangle OBC$ 는 $\boxed{\quad (마) \quad}$이다.

[배점 5, 중상]

① (가) $\overline{OB} = \overline{OC}$

② (나) ABO

③ (다) $\frac{1}{4}$

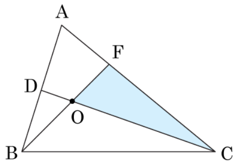
④ (라) ACB

⑤ (마) 예각삼각형

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABO = \angle OBC$
, $\angle ACO = \angle OCB$ 이다.
[결론] $\overline{OB} = \overline{OC}$
[증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \angle ACB$
$\angle OBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC$
$\angle OCB = \frac{1}{2} \times \angle ACB$
따라서 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.

31. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 5$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 1200일 때, $\triangle COF$의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 375

▷ 정답 : 375

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1200 = 600$

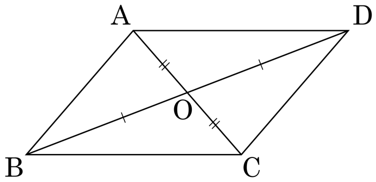
$\overline{AO}$를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 5$ 이므로

$\triangle ACO = \frac{5}{6}\triangle CAD = \frac{5}{6} \times 600 = 500$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$이므로

$\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 500 = 375$

32. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ∼ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{ㄱ}$

[결론] $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

[증명] $\triangle OAB$와 $\triangle OCD$에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{ㄱ}$ (가정)

$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄴ}$)

따라서 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ ($\boxed{ㄷ}$ 합동)

에서

$\angle OAB = \boxed{ㄹ}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC} \cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$에서

$\boxed{ㅁ} = \angle OCB$이므로

$\therefore \overline{AD} /\!/ \overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

[배점 4, 중중]

① ㄱ : $\overline{OD}$

② ㄴ : 맞꼭지각

③ ㄷ : SAS

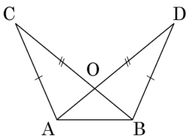
④ ㄹ : $\angle OCD$

⑤ ㅁ : $\angle ODA$

해설

$\angle OAD = \angle OCB$

33. 다음 그림에서 $\triangle OAB$가 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다. 각 빈칸에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?



[가정] $\boxed{\text{㉠}}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
[결론] $\triangle OAB$가 이등변삼각형이다.
[증명] $\triangle CAB$, $\triangle DAB$에서
$\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$이고
$\boxed{\text{㉡}}$는 공통이므로
$\triangle CAB$와 $\triangle DAB$는 $\boxed{\text{㉢}}$ 합동이다.
따라서 $\boxed{\text{㉣}}$이므로
$\triangle OAB$ 는 $\boxed{\text{㉤}}$이다.

[배점 4, 중중]

① ㉠ : $\overline{CA} = \overline{DB}$

② ㉡ : $\overline{AB}$

③ ㉢ : SAS

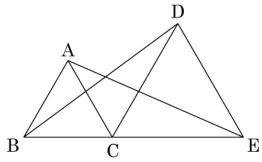
④ ㉣ : $\angle CBA = \angle DAB$

⑤ ㉤ : 직각이등변삼각형

해설

[가정] $\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
[결론] $\triangle OAB$가 이등변삼각형이다.
[증명] $\triangle CAB$, $\triangle DBA$에서
$\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$이고
$\overline{AB}$는 공통이므로
$\triangle CAB$ 와 $\triangle DBA$는 SSS합동이다.
따라서 $\angle CBA = \angle DAB$이므로
$\triangle OAB$는 이등변삼각형이다.

34. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$가 정삼각형일 때, $\overline{AE} = \overline{BD}$임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



$\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 에서
$\overline{AC} = \overline{BC}, \overline{CE} = \overline{CD}$
$\angle ACE = \angle ACD + \boxed{\text{㉠}}$
$= \angle ACD + \boxed{\text{㉡}}°$
$\angle BCD = \angle ACD = \boxed{\text{㉢}}$
$= \angle ACD + \boxed{\text{㉡}}°$이므로
$\angle ACE = \boxed{\text{㉣}}$
따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ ($\boxed{\text{㉤}}$ 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{BD}$이다.

[배점 4, 중중]

① ㉠ : $\angle DCE$

② ㉡ : $60°$

③ ㉢ : $\angle ACB$

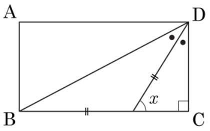
④ ㉣ : $\angle BDE$

⑤ ㉤ : SAS

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$
$\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE$
$= \angle ACD + 60°$
$\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB$
$= \angle ACD + 60°$이므로
$\angle ACE = \angle BCD$
따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ (SAS 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{BD}$이다.

35. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DE}}$, BDE = CDE 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 45°　　② 50°　　③ 55°

④ 60°　　⑤ 65°

해설

$\angle \mathrm{BDE} = a$ 라고 하면 $\angle \mathrm{BDE} = \angle \mathrm{CDE} = a$ 이고, $\angle x = 2a$

$\triangle \mathrm{CDE}$ 의 내각의 합을 이용하면

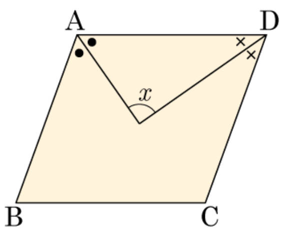
$$\begin{aligned}180^\circ &= \angle \mathrm{CDE} + \angle \mathrm{DEC} + \angle \mathrm{ECD} \\ &= \angle a + 2\angle a \ + 90^\circ \\ &= 3\angle a + 90^\circ\end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30^\circ$

한편 $\angle x = 2a$ 이므로

$\therefore \angle x = 60^\circ$

36. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



[배점 4, 중중]

① 90　　② 85　　③ 80　　④ 75　　⑤ 70

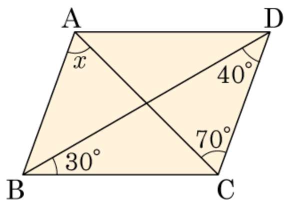
해설

$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{D} = 180^\circ$

$\frac{1}{2}(\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{D}) = 90^\circ$

$\therefore x = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

37. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

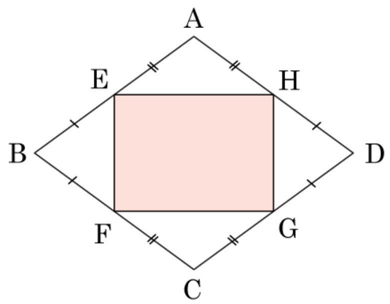
▷ 정답 : 70°

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ACD}$, $x = 70^\circ$이다.

38. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. ∠E 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 90 °

▷ 정답 : 90 °

해설

△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,
△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로
∠E = ∠F = ∠G = ∠H 이다.
따라서 □EFGH 는 직사각형이므로 ∠E = 90° 이다.

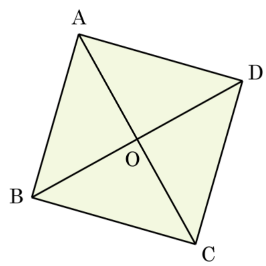
39. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가? [배점 4, 중중]

① 마름모 ② 직사각형
③ 사다리꼴 ④ 정사각형
⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 ①이 옳다.

40. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 ∠A = 90° , $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



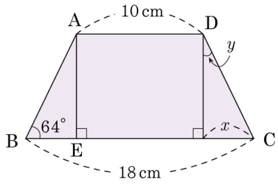
[배점 4, 중중]

① 직사각형 ② 평행사변형
③ 마름모 ④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 90 ° 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
∴ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

41. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, x, y 를 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x =$ 4 cm

▷ 정답 : $y =$ 26°

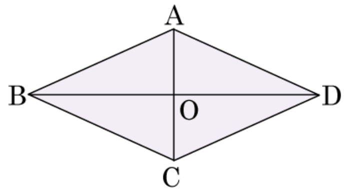
▷ 정답 : $x =$ 4 cm

▷ 정답 : $y =$ 26°

해설

꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 F 라고 하면
등변사다리꼴에서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로
$\overline{BE} = \overline{CF}$, $x = 4\text{cm}$, $y = 26°$

42. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

① $\overline{AO}$ 와 $\overline{OD}$ 는 직교한다.

② $\angle ABO = \angle OBC$

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다.

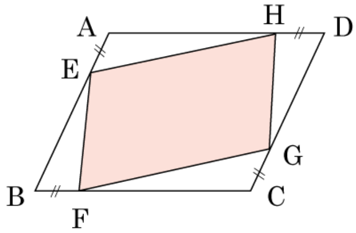
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

⑤ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이는 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.
③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

43. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형일 때, □EFGH 가 평행사변형이 되는 조건은?



[배점 3, 중하]

① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\angle FEG = \angle FGH$

③ $\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$

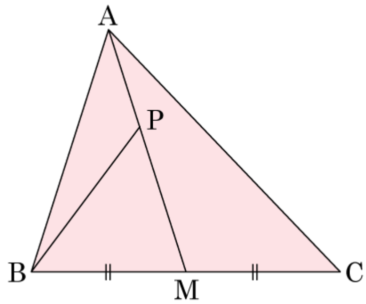
④ $\angle EFG = \angle GHE$, $\angle FEH = \angle FGH$

⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}$, $\overline{FG} = \overline{HG}$

해설

$\triangle AEH$, $\triangle CGF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$, $\angle EAH = \angle FCG$ (SAS 합동)
$\triangle EBF$, $\triangle GDH$ 에서 $\overline{EB} = \overline{GD}$, $\overline{BF} = \overline{HD}$, $\angle EBF = \angle HDG$ (SAS 합동)
그러므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$ 이므로 □EFGH 는 평행사변형이다.

44. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

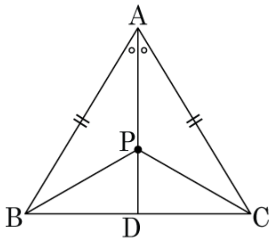
▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.
$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$
$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 1 : 2이므로
$\triangle PBM = 30 \times \frac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$

45. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 ∠A 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BC}$

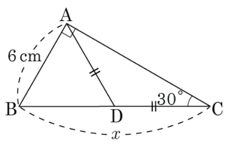
③ $\overline{BP} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AP} = \overline{BP}$

⑤ $\triangle PDB \equiv \triangle PDC$

해설

⑤ $\overline{PD}$ 는 공통, $\angle PDB = \angle PDC = 90°$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 SAS 합동이다.

46. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

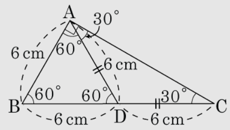


[배점 3, 중하]

① 4cm ② 6cm ③ 8cm

④ 10cm ⑤ 12cm

해설

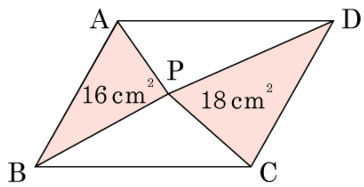


$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.

$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 $16\,\text{cm}^2$, $\triangle PCD$ 의 넓이가 $18\,\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $68\,\text{cm}^2$

▷ 정답 : $68\,\text{cm}^2$

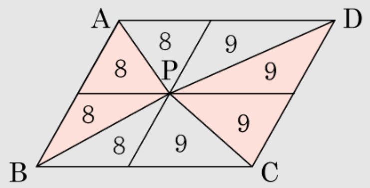
해설

평행사변형의 넓이에서

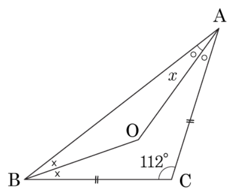
$\triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$

$= \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$ 이므로

$16 + 18 = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$, $\square\text{ABCD} = 68\ (\text{cm}^2)$



48. $\overline{\text{AC}} = \overline{\text{BC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\text{ACB} = 112°$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

① 15° ② 16° ③ 17°

④ 18° ⑤ 19°

해설

$\triangle\text{ABC}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle\text{CAB} = \angle\text{CBA}$

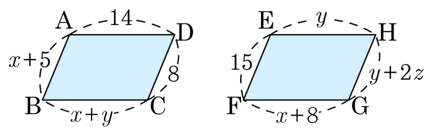
그런데 $\angle\text{CAB}$ 와 $\angle\text{CBA}$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로

$\angle\text{CAO} = \angle\text{OAB} = \angle\text{OBA} = \angle\text{CBO}$

따라서 $4 \times x = 180° - 112° = 68°$

$\therefore x = 17°$

49. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형이 있을 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

해설

평행사변형의 대변의 길이는 서로 같다.

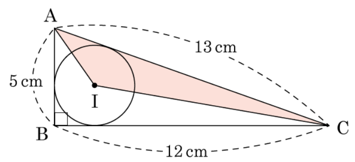
평행사변형 ABCD 에서는 $14 = x + y$, $x + 5 = 8$

평행사변형 EFGH 에서는 $y = x + 8$, $15 = y + 2z$

$x = 3$, $y = 11$, $z = 2$

$\therefore\ x + y + z = 16$

50. 다음 그림과 같이 $\angle\text{B} = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{\text{AB}} = 5\text{cm}$, $\overline{\text{BC}} = 12\text{cm}$, $\overline{\text{AC}} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle\text{AIC}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $13\,\text{cm}^2$

▷ 정답 : $13\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{\mathrm{AC}}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

$\overline{\mathrm{DI}} = \overline{\mathrm{BE}}$, $x = \overline{\mathrm{BE}}$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AF}} = 5 - x$, $\overline{\mathrm{CF}} = 12 - x$

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{CF}} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\mathrm{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle\mathrm{AIC}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\mathrm{cm}^2)$