확인학습문제

1. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 12 일후

▷ 정답: 12 일후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

2. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 40 초

▷ 정답: 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

3. 사과 24 개와 배 36 개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가? [배점 2, 하중]

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명

④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

24 와 36 의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 24 & 36 \\ 2 & 12 & 18 \\ 3 & 6 & 9 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

4. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 2, 하중]

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

5. 어떤 자연수를 5 로 나누면 2 가 남고, 6 으로 나누면 3 이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 27

해설

구하는 수는 5, 6으로 나눌 때 3이 부족한 수이므로
(5와 6의 공배수)−3 인 수이다.
5, 6 의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 $30 - 3 = 27$ 이다.

6. 어떤 자연수를 3 으로 나누면 1 이 남고, 4 로 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4 로 나눌 때 2 가 부족한 수이므로
(3 과 4 의 공배수)−2 인 수이다.
3, 4 의 최소공배수가 12 이므로 가장 작은 자연수는 $12 - 2 = 10$ 이다.
$\therefore$ 10

7. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

8. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수
$2^4 = 16(\text{cm})$

9. 서로 맞물려 회전하는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수는 20 개, B 의 톱니의 수는 18 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 각각 몇 바퀴 회전한 후인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: A : 9바퀴

▷ 정답: B : 10바퀴

▷ 정답: A : 9바퀴

▷ 정답: B : 10바퀴

해설

20 과 18 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$20 = 2^2 \times 5$, $18 = 3^2 \times 2$이므로

최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$(바퀴) 이다.

$\therefore$ 톱니바퀴 A 는 $\frac{180}{20} = 9$(바퀴), 톱니바퀴 B 는 $\frac{180}{18} = 10$(바퀴)

10. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

▷ 정답: 6

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.

11. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16 명

▷ 정답: 16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 32, 48, 96 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|lll} 4) & 32 & 48 & 96 \\ 4) & 8 & 12 & 24 \\ & 2 & 3 & 6 \end{array}$$

$\therefore 4 \times 4 = 16$(명)

12. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

[배점 3, 중하]

① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

해설

$4, 5, 6$ 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는

$60 + 3 = 63$ 이다.

13. 두 분수 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.

따라서 100 이하의 자연수이므로 $30, 60, 90$ 이고 3 개이다.

14. 가로의 길이가 180cm 세로의 길이가 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개

② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개

③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개

④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개

⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|ll} 2) & 180 & 150 \\ 3) & 90 & 75 \\ 5) & 30 & 25 \\ & 6 & 5 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

(가로) $= 180 \div 30 = 6$(개)

(세로) $= 150 \div 30 = 5$(개)

$\therefore$ (필요한타일수) $= 6 \times 5 = 30$(개)

15. 두 자연수 8 과 10 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 7 인 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

▷ 정답 : 87

해설

8 과 10 의 공배수에 7 을 더한 수를 구한다.
8 과 10 의 최소공배수 : $2 \times 4 \times 5 = 40$
40 의 배수 : 40, 80, 120 $\cdots$
따라서, 구하는 두 자리 수는 $40+7 = 47$, $80+7 = 87$ 이다.

16. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1 = 24$, $37-1 = 36$, $61-1 = 60$ 의 공약수이다.
따라서 구하고자 하는 수는 24, 36, 60 의 최대공약수의 약수와 같다.

2) 24 36 60
2) 12 18 30
3) 6 9 15
2 3 5

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 가 될 수 있다.

17. 자전거로 공원을 한 바퀴 도는 데 수지는 10분, 진원은 5분, 미수는 7분이 걸린다.
세 사람이 같은 곳에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 돌 때, 다음에 처음으로 동시에 만나게 되는 것은 출발 후 몇 분 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 70분 후

▷ 정답 : 70분 후

해설

10, 5, 7의 최소공배수는 70이므로 세 사람은 70 분마다 동시에 출발점에서 다시 만나게 된다.

5) 10 5 7
2 1 7

18. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 개

▷ 정답 : 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,
$98 = x \times \square$, $84 = x \times \triangle$
x 는 98 과 84 의 최대공약수
$98 = 7^2 \times 2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
$\therefore x = 2 \times 7 = 14$(개)

19. 두 자연수 24, 30 중 어떤 수로 나누어도 나머지가 5 인 세 자리의 자연수 중 가장 큰 자연수와 가장 작은 자연수의 차는? [배점 4, 중중]

① 360 ② 480 ③ 600
④ 720 ⑤ 840

해설

24 와 30 의 최소공배수를 구하면 120 이다.
가장 작은 자연수 $120+5=125$,
가장 큰 수 $960+5=965$ 이다.
따라서 두 수의 차는 $965-125=840$ 이다.

20. 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 120 cm, 200 cm 인 직사각형의 가로와 세로를 등분하여 만들 수 있는 정사각형 중에서 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40 cm

▷ 정답 : 40 cm

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 120 과 200 의 최대공약수다.
$120=2^3\times3\times5$
$200=2^3\times5^2$ 이므로
구하는 한 변의 길이는 $2^3\times5=40$ (cm)

21. 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 24cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2304\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : $2304\,\mathrm{cm}^2$

해설

16과 24 의 최소공배수는 48 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 48cm 이다.
따라서 구하는 정사각형의 넓이는
$48\times48=2304(\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

22. 우리 반은 교실 청소는 남학생 15 명이 5 명씩, 특별 구역 청소는 여학생 24 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인가? [배점 4, 중중]

① 3 주후 ② 4 주후 ③ 6 주후
④ 12 주후 ⑤ 18 주후

해설

남학생은 $15\div5=3$(주)마다, 여학생은 $24\div6=4$(주)마다 당번이 돌아오므로 3 과 4 의 최소공배수인 12 (주)마다 동시에 청소를 하게 된다.

23. 가로, 세로, 높이가 각각 6, 12, 10 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 300 개

▷ 정답 : 300 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 12, 10 의 최소공배수이므로 60 이다.
필요한 벽돌의 개수는
$(60 \div 6) \times (60 \div 12) \times (60 \div 10) = 10 \times 5 \times 6 =$ 300(개) 이다.

24. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은? [배점 5, 중상]

① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

25. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로
$54 = 2 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
$\therefore\ a = 18$
정육면체의 개수는
$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 =$ 90 (개)
$\therefore\ b = 90$
$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$