

# 확인학습문제

1. 두 자연수  $a, b$  의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중  $a, b$  의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 46

▷ 정답 : 92

▷ 정답 : 138

▷ 정답 : 184

▷ 정답 : 46

▷ 정답 : 92

▷ 정답 : 138

▷ 정답 : 184

해설

최소공배수가 46 일 때,  $a, b$  의 공배수는 46 의 배수이다.

따라서 46, 92, 138, 184 이다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

[배점 2, 하중]

① 2, 6

② 3, 7

③ 4, 10

④ 8, 12

⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. 두 자연수  $A$  와  $B$  의 최대공약수가 10 일 때,  $A$  와  $B$  의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면  $10 = 2 \times 5$  이므로 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이다.

따라서 두 자연수  $A$  와  $B$  의 공약수의 개수는 4 개이다.

4. 왕자가 감옥에 갇힌 공주를 찾으러 갔는데 감옥 앞에는 마법에 걸린 자물쇠가 있었다.  
힘으로는 절대 열 수가 없고, 앞에 써 있는 문제를 풀 뒤, 답을 큰소리로 외치면 문이 열린다고 한다. 아래 문제를 풀고 비밀번호를 구하여라.

원쪽은 나눗셈을 이용해 12와 30의 최소공배수를 구한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣고 4가지의 수를 작은 순서대로 다음 보기에서 찾아 해당하는 단어를 말하여라.  
그러면 공주를 구할 수 있다.

| 강  | 사 | 집 | 가 | 랑 | 요 | 에  | 자 | 해 | 기 | 야 |
|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 11 | 2 | 4 | 1 | 3 | 6 | 10 | 9 | 5 | 7 | 8 |

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 사랑해요

▷ 정답: 사랑해요

해설

$$\begin{array}{r} 2) 12 \quad 30 \\ 3) 6 \quad 15 \\ \hline 2 \quad 5 \end{array}$$

□ 안에 들어갈 자연수는 작은 순서대로 2, 3, 5, 6 이다.

보기에서 2, 3, 5, 6 을 고르면 ‘사, 랑, 해, 요’이다.

5. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 45

▷ 정답: 9

▷ 정답: 45

해설

두 자연수를  $A = 9 \times a$ ,  $B = 9 \times b$

( $a < b$ ,  $a$ 와  $b$ 는 서로소)라 하면

$$405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$$

$$\therefore (a, b) = (1, 5)$$

따라서  $A = 9$ ,  $B = 9 \times 5 = 45$  이다.

6. 두 수  $A = 2^3 \times 3^2$ ,  $B = 2^3 \times 3 \times 5$  에 대하여  $A$ ,  $B$  의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

▷ 정답: 8 개

해설

$A$ ,  $B$  의 최대공약수가  $2^3 \times 3$  이고 공약수는 최대공약수의 약수이므로 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

7.  $2^2 \times 3^4$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$  의 공약수의 집합을  $A$  라고 할 때,  $n(A)$  는? [배점 3, 하상]

① 4      ② 6      ③ 8      ④ 9      ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$  의 최대공약수는  
 $2^2 \times 3^2$  공약수는 최대공약수의 약수이므로,  
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$   
 $\therefore n(A) = 9$

8. 두 자연수  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2 \times 3^3 \times 7$  의 공약수의 개수는?  
 [배점 3, 하상]

- ① 4 개      ② 5 개      ③ 6 개  
 ④ 7 개      ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로  
 두 수의 최대공약수는  $2 \times 3^2$   
 $\therefore$  약수의 개수는  $(1+1) \times (2+1) = 6$  (개)

9. 두 자연수  $A, B$  의 최대공약수가 12, 최소공배수가 216 일 때, 차가 가장 작은  $A, B$  의 값을 각각 구하여라. (단,  $A < B$ )  
 [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $A = 24$

▷ 정답:  $B = 108$

▷ 정답:  $A = 24$

▷ 정답:  $B = 108$

해설

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) A \quad B} \\ a \quad b \end{array}$$

두 자연수  $A, B$  는 최대공약수가 12, 최소공배수가 216 이므로

$$12 \times a \times b = 216$$

$$a \times b = 18 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$$A = 12 \times a, B = 12 \times b \text{ 이고,}$$

$$A < B \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 18 \text{ 또는 } a = 2, b = 9$$

$$(i) a = 1, b = 18 \text{ 일 때}$$

$$B - A = 12 \times 18 - 12 \times 1 = 204$$

$$(ii) a = 2, b = 9 \text{ 일 때}$$

$$B - A = 12 \times 9 - 12 \times 2 = 84$$

차가 가장 작은  $A, B$  의 값을 구해야 하므로

$$a = 2, b = 9$$

$$\therefore A = 12 \times 2 = 24$$

$$B = 12 \times 9 = 108$$

10. 두 집합  $A = \{x | x \text{는 } 108 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x | x \text{는 } 144 \text{의 약수}\}$  일 때,  $n(A \cap B)$  의 값을 구하여라.  
 [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 9

해설

$A \cap B$  는 108 과 144 의 공약수의 집합이다.

$$108 = 2^2 \times 3^3, 144 = 2^4 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

최대공약수는  $2^2 \times 3^2$  이다.

$$\therefore n(A \cap B) = (2+1) \times (2+1) = 9$$

11.  $X = \{a, b\}$  에서  $a, b$  의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588 일 때, 집합  $X$  의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개  
④ 4 개      ⑤ 5 개

**해설**

$a, b$  의 최대공약수가 7 이므로  
 $a = 7x, b = 7y$  ( $x, y$  는 서로소,  $x < y$ ) 라 하면  
 $7x \times 7y = 588$  이다. 따라서  $x \times y = 12$   
 즉, ( $x, y$ ) 는 (1, 12), (3, 4) 이므로 ( $a, b$ ) 는  
 (7, 84), (21, 28) 이다.  
 따라서  $X = \{7, 84\}$  또는  $X = \{21, 28\}$  이므로  
 집합  $X$  는 2 개이다.

12. 두 수의 곱이  $2^3 \times 3^5 \times 7^2$  이고, 최대공약수가  $2 \times 3^2 \times 7$  일 때, 두 수의 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ①  $2 \times 3 \times 7$       ②  $2^2 \times 3^3 \times 7$   
 ③  $2 \times 3^2 \times 7$       ④  $2 \times 3^3 \times 7$   
 ⑤  $2 \times 3 \times 7^2$

**해설**

(두 수의 곱) = (최대공약수)  $\times$  (최소공배수) 이므로  
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$   
 최소공배수는  $2^2 \times 3^3 \times 7$  이다.

13. 선미는 아버지께 자전거를 선물 받았는데 자전거의 자물쇠는 비밀번호로 잠가지게 되어 있다. 자물쇠의 비밀번호는 막내 이모, 엄마, 나의 나이인 26, 36, 12 의 최소공배수의 각 자리의 숫자로 정하였다. 자물쇠의 비밀번호로 가능한 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 864

▷ 정답: 864

**해설**

$$\begin{array}{r} 2) 26 \quad 36 \quad 12 \\ 2) 13 \quad 18 \quad 6 \\ 3) 13 \quad 9 \quad 3 \\ \quad 13 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는  $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 3 = 468$  이다.

자물쇠의 비밀번호는 4, 6, 8 로 이루어져 있고, 그 중 가장 큰 수는 864 이다.

14. 다음  안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ)  $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$  의 최대공약수는  이다.  
 (ㄴ)  $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$  의 최대공약수는  이다.

[배점 3, 중하]

- ①  $2 \times 3, 2^2 \times 5$       ②  $2, 2 \times 3$   
 ③  $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$       ④  $2, 2 \times 5$   
 ⑤  $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.

(ㄴ)의 최대공약수는  $2 \times 5$  이다.

따라서 차례대로 쓴 것은 2,  $2 \times 5$  이다.

15. 자연수  $A$  와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수  $A$  의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) A \quad 36} \\ a \quad 9 \end{array}$$

$A$  와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수  $A, B$  의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인  $A \times B$  와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

16. 두 수  $2^a \times 3^2$ ,  $2^2 \times 3^b \times 7$  의 최대공약수가  $2^2 \times 3^2$  이고, 최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 7$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 1

해설

최소공배수에서 2 의 지수가 3 이므로  $a = 3$

최소공배수와 최대공약수에서 3 의 지수가 2 로 같으므로  $b = 2$

따라서  $a - b = 3 - 2 = 1$  이다.

17. 두 자연수  $a, b$  의 최소공배수가 36 일 때,  $a, b$  의 공배수 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 72

해설

어떤 두 수의 공배수는 최소공배수의 배수와 같다.

따라서 두 수  $a, b$  의 공배수는 36 의 배수와 같다.

36 의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는  $36 \times 2 = 72$  이다.

18. 두 수  $2^a \times 3^2 \times 5$ ,  $2^3 \times 3^b \times c$  의 최대공약수가 12 ,  
최소공배수가 2520 일 때,  $a + b - c$  의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 9    ② 6    ③ -4    ④ -5    ⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$ ,  $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$  이므로

$a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 7$  이다.

따라서  $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$  이다.

19. 소인수분해 된 두 수  $2^a \times 3 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 5^b \times c$  의 최대  
공약수가 40 , 최소공배수가 4200 일 때,  $a - b + c$  의  
값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

▶ 정답 : 9

해설

$40 = 2^3 \times 5$ ,  $4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$

$2^a = 2^3$  이므로  $a = 3$ ,

$5^b = 5$  이므로  $b = 1$ ,  $c = 7$  이다.

따라서  $a - b + c = 9$  이다.

20. 세 수  $2^3 \times 3 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5^2$  의 최대공  
약수는? [배점 4, 중중]

①  $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

②  $2^3 \times 3^2 \times 5$

③  $2^2 \times 3 \times 5$

④  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3^3 \times 5^2$  에서  
최대공약수:  $2^2 \times 3 \times 5$  (지수가 작은 쪽)

21. 자연수  $N$  과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는  
120 일 때, 자연수  $N$  을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

▶ 정답 : 30

해설

$N$  과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$  이라 하면

$$6 \overline{) 6n \quad 24}$$

$$\underline{n \quad 4}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, \quad n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

22. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 일 때,  $a$ 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 4개      ② 5개      ③ 6개  
④ 7개      ⑤ 8개

**해설**

18과  $a$ 의 최대공약수가 6이므로  
 $18 = 6 \times 3$ ,  $a = 6 \times k$   
 $k$ 는 3의 배수이면 안 된다.  
따라서 50보다 작은 자연수  $a$ 는  
 $6 \times 1 = 6$ ,  $6 \times 2 = 12$ ,  $6 \times 4 = 24$ ,  $6 \times 5 = 30$ ,  
 $6 \times 7 = 42$ ,  $6 \times 8 = 48$ 의 6개이다.

23. 두 집합  $A = \{16, 32, 48, 64, \dots\}$ ,  $B = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 에 대하여 다음 중  $A \cap B$ 는? [배점 4, 중중]

- ①  $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$   
②  $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$   
③  $\{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 배수}\}$   
④  $\{x \mid x \text{는 } 96 \text{의 배수}\}$   
⑤  $\{x \mid x \text{는 } 112 \text{의 배수}\}$

**해설**

$A \cap B$ 는 16과 6의 최소공배수인 48의 배수의 집합이다.

24. 두 자연수  $a, b$ 의 최대공약수는 24이다.  $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 1      ② 1, 2  
③ 1, 2, 4      ④ 1, 2, 4, 8  
⑤ 1, 2, 4, 8, 16

**해설**

$a, b$ 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.  
32의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32이다.  
따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8이다.

25. 300 이하의 자연수 가운데 자연수  $k$ 의 배수인 것을 원소로 하는 집합을  $A_k$ 로 나타내기로 한다. 이 때  $n(A_{12} \cup A_{15})$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 40

▶ 정답: 40

**해설**

$n(A_{12} \cup A_{15}) = n(A_{12}) + n(A_{15}) - n(A_{12} \cap A_{15})$   
이고,  
 $n(A_{12}) = 25$   
 $n(A_{15}) = 20$   
 $n(A_{12} \cap A_{15}) = 5$ 이므로  
 $n(A_{12} \cup A_{15}) = 25 + 20 - 5 = 40$ 이다.