

확인학습문제

1. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 5 \times 5 \times 7 \end{array}$$

[배점 2, 하중]

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
 ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
 ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
 ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
 ⑤ 최대공약수 : 10, 최소공배수 : 3150

해설

최대공약수 : $2 \times 5 = 10$
 최소공배수 : $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150$

2. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는?
 [배점 2, 하중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
 최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
 따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

3. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$
 따라서 $x = 3$ 이다.

4. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② 5×7^2
 ③ $2^3 \times 3^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 3 \times 7^2$
 ⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.
 $\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수 : $3^2 \times 5^2$

5. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 6 개

▶ 정답: 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)

6. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

[배점 3, 하상]

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개

④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
 $\therefore 2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로 공약수의 개수는 9 개이다.

7. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

[배점 3, 하상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

8. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ ④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

9. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개

④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

10. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 12

12. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 개

▷ 정답 : 9 개

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
최대공약수는 12 이다.

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$
 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

11. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

[배점 3, 중하]

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② 2, 2×3
③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ 2, 2×5
⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

13. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) A \quad 36} \\ \underline{ } \\ \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

14. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24 , 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = 2^3 \times 3 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

15. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로

a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.

24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

16. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가? [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 $26, 52, 78$ 이다.

따라서 3 개이다.

17. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다. 안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
 지혜 : 무엇을 구했는데?
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 이구나.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 20

해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
 지혜 : 무엇을 구했는데?
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이구나.

$20 = 2^2 \times 5$ 이고, 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 , 5의 약수는 1, 5이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

18. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^4$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$2^2 \times 3^a \times 7$, $2^b \times 3^5 \times c$
 최대공약수가 $2^2 \times 3^4$ 이고,
 최소공배수가 $2^3 \times 3^5 \times 5 \times 7$ 이다.
 따라서 $b = 3$, $a = 4$, $c = 5$ 이다.
 $a + b + c = 4 + 3 + 5 = 12$

19. 세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

- ① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

21. 두 자연수의 곱이 768 이고 최소공배수가 96 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 8

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$768 = 96 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

20. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

22. 세 수 35, 77, 110 의 최소공배수를 구하시오.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 770

▷ 정답 : 770

해설

$$35 = 5 \times 7$$

$$77 = 7 \times 11$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

$$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\therefore 770$$

23. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② 2×3 ③ $2 \times 3 \times 5$
 ④ 15 ⑤ 20

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고 최대공약수가 $2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

① 2×3^2 은 공약수가 아니다.

24. 다음 보기 중 6 과 서로소인 수를 모두 찾아라.

보기

3, 9, 11, 12, 15, 17, 25

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 11

▷ 정답: 17

▷ 정답: 25

▷ 정답: 11

▷ 정답: 17

▷ 정답: 25

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 소인수로 2 와 3 을 갖지 않는 것을 찾는다.

11, 17 은 소수이며, $25 = 5^2$ 이므로 답은 11, 17, 25 이다.

25. 200 이상 300 이하인 두 수 24 와 36 의 공배수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

▷ 정답: 2 개

해설

24 와 36 의 공배수는 최소공배수인 72 의 배수이며, 200 이상 300 이하인 72 의 배수는 216 과 288 이다.

26. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12, 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48

▷ 정답: 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x + 24$ 명이라고 하면
(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $12 \times 36 = x \times (x + 24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.

27. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일
때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이므로 원래의 세 자연
수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) 3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a \\ 2) \quad 3 \quad 6 \quad 10 \\ 3) \quad 3 \quad 3 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 =$

$30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$
이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times$
 $12 = 120$ 이다.

28. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일
때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5, a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수,
 $a \neq b$) 또는 a^{11} 꼴이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수,
 $b \neq 3$) 꼴이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이
므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

29. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉢ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

30. 100 이하의 자연수 가운데 자연수 n 의 배수인 것을 원소로 하는 집합을 A_n 로 나타낼 때, $n(A_6 \cap A_8)^c$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

▷ 정답 : 96

해설

$A_6 \cap A_8$ 은 6 과 8 의 공배수와 같고, 6 과 8 의 최소공배수는 24이다.

따라서 $A_6 \cap A_8$ 은 100 보다 작은 24 의 배수들의 집합이고, $n(A_6 \cap A_8) = 4$ 이므로 $n(A_6 \cap A_8)^c = 100 - 4 = 96$ 이다.

31. 1 에서 100 까지의 자연수의 집합에 대하여 n 의 배수 의 집합을 A_n 으로 나타낼 때, $n(A_2 \cap A_5)^c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 90

해설

$A_2 \cap A_5$ 는 2 와 5 의 공배수와 같다.

2 와 5 의 최소공배수가 10 이므로 100 이하의 공 배수를 구하면

$A_2 \cap A_5 = \{10, 20, 30, \dots, 100\} \Rightarrow$ 모두 10 개
따라서 $n(A_2 \cap A_5)^c = 100 - 10 = 90$ 이다.

32. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 로 나타낼 때, $A_k \subset (A_{12} \cap A_{20})$ 인 k 의 최댓값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 4

해설

$A_{12} \cap A_{20}$ 는 12 와 20 의 공약수의 집합이므로 k 는 12 와 20 의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12 와 20 의 최대공약수는 4 이므로 따라서 k 의 최댓값은 4 이다.

33. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $a = 2$, $b = 1$, $c = 2$, $d = 3$
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

34. 두 자리 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고 $(n + 45)$ 가 13 의 배수일 때, n 과 45 의 최소공배수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 360

▶ 정답 : 360

해설

$n = 12 \times a$,
 $n + 45 = 12 \times a + 45 = 13 \times b$ 를 만족하는 $12 \times a + 45$ 는 117 이고 n 은 72 이다.
 $\therefore (72 \text{와 } 45 \text{의 최소공배수}) = 360$

35. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 279

▶ 정답 : 279

해설

$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$
11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.
 $\rightarrow$ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수 중 1 을 제외한 수이다.
 $\therefore$ 11 과 서로소인 약수들의 총합 = $2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 279$