

확인학습문제

1. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2^3 \times 3^4$ ② $2^2 \times 7^5$
 ③ $3^2 \times 5 \times 7$ ④ $3^3 \times 7$
 ⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)
 ② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

2. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ④ $2^3 \times 3 \times 5^2$
 ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ 2 \overline{)120} \\ 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

3. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 4×27 ② $2^2 \times 3^3$
 ③ $2^2 \times 3^2$ ④ $2^2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

4. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.
 ② 짝수인 소수가 있다.
 ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
 ④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.
 ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
 ④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.
 ⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

5. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

▶ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.
 $\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

6. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ $3^2 \times 5$
④ $3^2 \times 5^2$ ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

7. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $72 = 2^3 \times 3^2$ ② $60 = 2^3 \times 3 \times 5$
③ $54 = 2^2 \times 3^2$ ④ $108 = 2^2 \times 3^3$
⑤ $168 = 2^4 \times 7$

해설

- ② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
③ $54 = 2 \times 3^3$
⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

8. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개
④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

9. 200에 가장 가까운 7의 배수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 203

▶ 정답 : 203

해설

$7 \times 28 = 196$, $7 \times 29 = 203$ 이므로 200 에 가장 가까운 7 의 배수는 203 이다.

10. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

- ㉠ 5^3 ㉡ 39 ㉢ 2^5
 ㉣ $2^2 \times 3^3$ ㉤ $3^2 \times 7$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

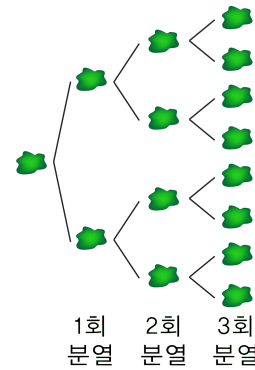
㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉣ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉤ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠이다.

11. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

12. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5×2^3 ② 80
 ③ $2^3 \times 3 \times 5$ ④ 125
 ⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.
 ④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.
 ⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

13. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
 풀이)

㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로

㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면

㉣ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$ (개)이다.

14. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$
 ③ $5^2 \times 11 \times 19$ ④ $3^5 \times 5^2$
 ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8+1=9$ (개)
- ② $(2+1) \times (5+1) = 18$ (개)
- ③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
- ④ $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)
- ⑤ $(1+1) \times (1+1) \times (3+1) = 16$ (개)

15. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5+1=6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

16. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

17. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 600} \\ 2 \overline{) 300} \\ 2 \overline{) 150} \\ 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

18. $2^8 = a$, $3^b = 729$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $a = 128, b = 5$ ② $a = 128, b = 6$
 ③ $a = 256, b = 5$ ④ $a = 256, b = 6$
 ⑤ $a = 256, b = 7$

해설

$2^8 = 256$, $3^6 = 729$ 이므로 $a = 256, b = 6$ 이다.

19. 882 의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$
 $\therefore x = 2$

20. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
 따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

21. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

22. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 168 \text{의 소인수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

▷ 정답 : 8개

해설

168 을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.
 $A = \{2, 3, 7\}$ 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개)

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 96 \text{의 약수}\}$ 일 때, A 의 원소가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 2×3 ③ $2^2 \times 3$
 ④ 2×3^3 ⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로
 2×3^3 은 96의 약수가 아니다.

24. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

▷ 정답: 14

해설

$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$
 $28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면
 $2^2 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y}$ 에서
 $2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7, 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2, \dots$ 이고
 이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 2^4 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 2^6 \times 7^2, \dots$ 이다.
 $\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2$ 을 만족하는 y 는 $3, 2^2 \times 3, 3 \times 7^2, 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이고
 이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 7^2, 2^2, 1$ 이다.
 따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은
 $x = 7, y = 3, z = 14$ 이다.

25. 18 개의 약수를 갖는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 180

▷ 정답: 180

해설

$18 = 2 \times 3 \times 3$ 이므로
 $(1+1) \times (2+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$