

단원 종합 평가

1. 순서쌍 $(a, a+1)$ 이 $5x - 2y + 8 = 0$ 의 한 해일 때, 상수 a 의 값은? [배점 3, 하상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = a, y = a + 1$ 을 주어진 식에 대입하면
 $5a - 2(a + 1) + 8 = 0$
 $3a = -6$
 $\therefore a = -2$

2. x, y 의 범위가 정수 전체의 집합이고, 일차방정식 $6x - 5y = 4$ 의 그래프 중에서 좌표평면 위의 두 점 $(l, -2), (4, m)$ 으로 나타내어질 때, lm 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

$(l, -2), (4, m)$ 을 $6x - 5y = 4$ 에 각각 대입하면
 $6l + 10 = 4, l = -1$
 $24 - 5m = 4, m = 4$
 $\therefore lm = -4$

3. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리수의 합이 10이고, 일의 자리의 숫자를 십의 자리의 숫자로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 1 이다. 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고할 때, 이 수를 구하기 위한 식은? [배점 3, 하상]

① $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 1 = y \end{cases}$
 ② $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y + 1 = 0 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x = y + 1 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x + y = 10 \\ x = 2y + 1 \end{cases}$

해설

처음 수의 십의 자리숫자를 x , 일의 자리숫자를 y 라 하면 각 자리의 수의 합이 10이므로 $x + y = 10$ 이다. 그리고 일의 자리의 숫자를 십의 자리의 숫자로 나누면 몫이 2이고 나머지가 1이므로 $y = 2x + 1$ 이다.

따라서 $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 1 = y \end{cases}$ 이 된다.

4. 앞마당에 있는 비둘기와 토끼를 본 영심이가 수를 세 어보니 머리가 12 개, 다리가 34 개였다. 비둘기는 몇 마리인가? [배점 3, 하상]

① 5 마리 ② 6 마리 ③ 7 마리
 ④ 8 마리 ⑤ 9 마리

해설

비둘기를 x 마리, 토끼를 y 마리라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 34 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 7, y = 5$ 이다.

5. 다음 중 x, y 에 관한 일차방정식이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

- (㉠) $y = 2x$
- (㉡) $x + y = 0$
- (㉢) $2x + 5 = y - 5$
- (㉣) $3x - 5 = 1$
- (㉤) $x - 4y = 2$
- (㉥) $2x - y + 1 = 0$
- (㉦) $2(x - y) = 3x - 2y + 3$
- (㉧) $2(x - y) = 5(x - y) + 1$
- (㉨) $(x + 1)(y - 1) = 0$
- (㉩) $0.2x + 3.4y = 0$
- (㉪) $2x = y + 5$
- (㉫) $2x + y = 2x - 1$
- (㉬) $3x = -y - 6$

[배점 3, 중하]

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개
- ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

정리한 식이 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, a, b, c$ 는 상수) 의 꼴로 나타낼 수 없는 것을 찾으려면 (㉢), (㉦), (㉨), (㉫) 의 4 개이다.

6. $2ax + y + 7 = \frac{3}{2}(4y - 6x)$ 가 미지수가 2 개인 일차 방정식이 되기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① -6 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ 6

해설

$(2a + 9)x - 5y + 7 = 0$ 이 미지수가 2 개인 일차 방정식이 되기 위해서 $2a + 9 \neq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \neq -\frac{9}{2}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} -\frac{1}{2}ax + 3y = 10 \\ 0.7x - 4by = 15 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = -\frac{14}{15}$

▶ 정답: $b = -\frac{9}{8}$

해설

$10 \times 1.5 = 15$ 이므로

$$3 \times 1.5 = -4b \rightarrow b = -\frac{4.5}{4} = -\frac{9}{8}$$

$$-\frac{1}{2}a \times 1.5 = 0.7 \rightarrow a = -\frac{14}{15}$$

8. 속력이 일정한 보트를 타고 거리가 20km 인 강을 거슬러 올라갈 때는 4 시간이 걸렸고, 강물을 따라 내려올 때는 2 시간이 걸렸다. 흐르지 않는 물에서의 배의 속력과 강물의 속력을 각각 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 배의 속력 : 시속 7.5 km

▷ 정답 : 강물의 속력 : 시속 2.5 km

해설

흐르지 않는 물에서 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km 라 하면

$$\begin{cases} 4(x - y) = 20 \\ 2(x + y) = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 4y = 20 \\ 4x + 4y = 40 \end{cases}$$

$$\therefore 8x = 60$$

$$\therefore x = 7.5, y = 2.5$$

9. 아들이 시속 20km 의 속력으로 자전거를 타고 집을 나선 지 5 분 후에 지갑을 놓고 간 것을 어머니가 자동차를 타고 시속 30km 로 달려서 아들을 만났다. 어머니는 출발한지 몇 분 후에 아들을 만났는가?

[배점 3, 중하]

① 5 분 ② 6 분 ③ 8 분

④ 10 분 ⑤ 12 분

해설

아들이 자전거를 타고 간 시간을 x 분, 어머니가 자동차를 타고 간 시간을 y 분이라 하면

두 사람이 움직인 거리는 같으므로

$$20 \times \frac{x}{60} = 30 \times \frac{y}{60}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2}, x = \frac{3}{2}y \dots ①$$

아들이 어머니보다 5분 먼저 출발했으므로

$$x = y + 5 \dots ②$$

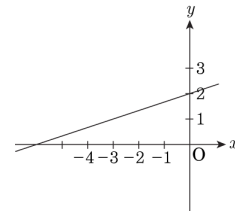
①식을 ②에 대입하면

$$\frac{3}{2}y = y + 5$$

$$\frac{1}{2}y = 5$$

$$\therefore y = 10(\text{분})$$

10. 다음 그래프는 일차방정식 $-x + ay = 6$ 의 그래프이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(0, 2)를 $-x + ay = 6$ 에 대입하면

$$0 + 2a = 6 \quad \therefore a = 3$$

11. 다음 네 일차방정식의 그래프가 한 점에서 만날 때, 상수 a, b 에 관하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

$$2x + y = 5, \quad ax + by = 7, \quad -3ax + by = 3, \quad 5x - y = 2$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x = 1, y = 3$ 이 나오고, 이 값을 나머지 두 식에 대입하여 풀면 $a = 1, b = 2$ 가 나온다. 따라서 $a^2 + b^2 = 1 + 4 = 5$ 이다.

12. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 3x - 2(x + y) = 19 \\ 3x - 4(x - 2y) = 11 \end{cases} \quad [\text{배점 4, 중중}]$$

- ① (21, 12) ② (29, 5) ③ (25, 8)
④ (27, 6) ⑤ (23, 10)

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x - 2y = 19 & \dots \textcircled{1} \\ -x + 8y = 11 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면 $6y = 30 \therefore y = 5$

$y = 5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x - 10 = 19 \therefore x = 29$

$\therefore (29, 5)$

13. 연립방정식 $\begin{cases} (a-1)x + y = 2 \\ 2ax + y = a-1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면 $\{(a-1) - 2a\}x = 2 - (a-1)$ 이 되는데 이 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-a-1=0, a=-1$ 이다.

14. 다음 연립방정식의 해는 $x = a, y = b$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은?

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} \\ -\frac{x}{2} + y + 2 = 0 \end{cases} \quad [\text{배점 4, 중중}]$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 2(x-2) = 3(y+1) \\ -x+2y+4=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-4=3y+3 \\ -x+2y=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-3y=7 \\ -x+2y=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-3y=7 \quad \dots \textcircled{1} \\ -2x+4y=-8 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면 $x = a = 2$, $y = b = -1$ 이다.
따라서 $a - b = 3$ 이다.

15. A, B 두 마을에서 작년에 추수한 쌀은 320 톤이었다.
금년에는 추수한 쌀이 A 마을에서는 5%, B 마을에서는 10% 감소하여 전체로는 23 톤이 감소하였다. 작년에 A, B 마을에서 추수한 수확량은?
[배점 4, 중중]

- ① A 마을 : 174 톤, B 마을 : 146 톤
② A 마을 : 168 톤, B 마을 : 152 톤
③ A 마을 : 178 톤, B 마을 : 142 톤
④ A 마을 : 180 톤, B 마을 : 140 톤
⑤ A 마을 : 176 톤, B 마을 : 144 톤

해설

작년에 A 마을에서 추수한 쌀의 양을 x 톤, B 마을에서 추수한 쌀의 양을 y 톤 이라고 하면

$$\begin{cases} x+y=320 \\ -\frac{5}{100}x-\frac{10}{100}y=-23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=320 \\ -x-2y=-460 \end{cases} \therefore x=180, y=140$$

16. 어느 상점에서 지난 달 A 물건과 B 물건을 판 금액은 70 만원이고, 이 달에 판 금액은 A 가 4% , B 가 2% 늘어서 A, B 를 합하여 2 만원이 많아졌다고 한다. 이 달에 A 물건을 판 금액은? [배점 4, 중중]

- ① 312000 원 ② 335000 원 ③ 359000 원
④ 398000 원 ⑤ 408000 원

해설

지난 달 A 물건을 판 금액을 x 원 , B 물건을 판 금액을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} x+y=700000 \\ \frac{4}{100}x+\frac{2}{100}y=20000 \end{cases}, \quad \text{즉} \quad \begin{cases} x+y=700000 \\ 2x+y=1000000 \end{cases}$$

$$\therefore x=300000, y=400000$$

따라서 이 달에 A 물건을 판 금액은 $300000 + 300000 \times \frac{4}{100} = 312000(\text{원})$ 이다.

17. 일차방정식 $3x - 2y = 10$ 의 그래프가 두 점 A ($p, 1$), B ($3, q$) 를 지날 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $3p - 2 = 0$ ㉡ $9 - 2q = 10$
 ㉢ $p + 8q = 0$ ㉣ $2(p - q) = 7$
 ㉤ $(p - \frac{1}{2}q) = 17$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢
 ③ ㉠, ㉢, ㉣ ④ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥
 ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

$3x - 2y = 10$ 에 A($p, 1$) 을 대입하면 $3p - 2 = 10$
 $3x - 2y = 10$ 에 B ($3, q$) 를 대입하면 $9 - 2q = 10$
 따라서, $p = 4, q = -\frac{1}{2}$ 임을 알 수 있고,
 이것을 각각 대입하면 ㉠ $3p - 2 = 10$, ㉢ $2(p - q) = 9$, ㉤ $p - \frac{1}{2}q = \frac{17}{4}$

18. 연립방정식 $\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ 2x + y = kx \end{cases}$ 가 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

식을 정리하면 $\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ (k - 2)x - y = 0 \end{cases}$

(0, 0) 이 연립방정식의 해인데 (0, 0) 이외의 해를 가진다는 것은 해가 무수히 많다는 뜻이다.

$\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ 3(k - 2)x - 3y = 0 \end{cases}$

즉, $3(k - 2) = k$ 에서 $3k - 6 = k \therefore k = 3$

19. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$6x - y = 4, -2ax + by = 10, bx - (3 + a)y = 1, 7x - 2y = 3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$6x - y = 4, 7x - 2y = 3$ 을 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$ 가 나온다.

따라서 네 직선의 교점은 (1, 2) 이므로 나머지 두 직선에 (1, 2) 를 대입하여 풀면 $a = -2, b = 3$ 이 나온다.

직선 $y = -2x + 3$ 의 x 절편은 $\frac{3}{2}$, y 절편은 3

이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $\frac{3}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$ 이다.

20. A, B 두 종류의 경기를 하여 각각에 대해 상을 주었을 때 상을 받은 사람은 모두 20 명이었고, A, B 두 종목 모두에서 상을 받은 사람은 10 명이었다. 또, A 종목에서 상을 받은 사람은 B 종목에서 상을 받은 사람보다 2 명 많았다. A 종목에서 상을 받은 사람은 모두 몇 명 인지 구하여라.

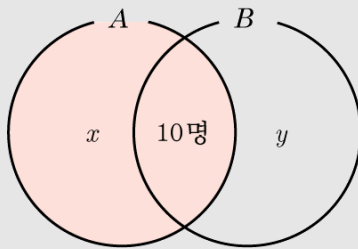
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 명

해설

A 종목에서 상을 받은 사람을 x 명, B 종목에서 상을 받은 사람을 y 명이라 하면



$$\begin{cases} x + y - 10 = 20 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

즉,

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 16$, $y = 14$ 이다.

21. 태현이와 인성이가 가위바위보를 하여 이긴 경우에는 3 계단, 지는 경우에는 1 계단 올라가고 비기는 경우에는 2 계단 내려간다고 한다. 인성이가 진 횟수가 이긴 횟수의 2 배였다. 그 결과 태현이는 56 계단을 올라와 있고, 인성이는 16 계단을 올라왔다고 한다면 태현이와 인성이가 가위바위보를 한 횟수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 102 회

해설

인성이가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 $2x$, 비긴 횟수를 y 라 하면, 태현이가 이긴 횟수는 $2x$, 진 횟수는 x , 비긴 횟수는 y 이다.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2x + x - 2y = 56 \\ 3x + 2y - 2y = 16 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $y = 20$, $y = 42$ 이다. 따라서 두 사람이 가위바위보를 한 횟수는 $x + 2x + y = 20 + 40 + 42 = 102$ (회) 이다.

22. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 해가 $ax + by = 5$ 를 만족한다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 양변에 6 을 곱하면
 $3(x+3) = 2(7-y)$
 $3x+9 = 14-2y$
 $3x+2y = 5$
 $x=1, y=1$
 $ax+by=5$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면 $a+b=5$ 이다.

23. 미지수가 x, y 인 일차방정식 $ax - y = -5$ 의 한 해가 $(2, -1)$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$a \times 2 - (-1) = -5$
 $\therefore a = -3$

24. x, y 값의 범위가 자연수 전체의 집합일 때, 일차방정식 $2x + 3y = 11$ 의 해가 $(a, 1), (b, 3)$ 이다. a, b 의 값은?
[배점 5, 상하]

① $a = 1, b = 4$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 3, b = 4$

④ $a = 4, b = 1$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

$2x + 3y = 11$ 에서
 $y = 1$ 일 때, $2x + 2 = 11, 2x = 9, x = 4.5 \therefore a = 4.5$
 $y = 3$ 일 때, $2x + 9 = 11, 2x = 2, x = 1 \therefore b = 1$

25. 연립방정식 $\frac{x}{a} + y = -1, x + \frac{y}{a} = 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

연립방정식 $\frac{x}{a} + y + 1 = 0, x + \frac{y}{a} - 1 = 0$ 의 해가 존재하지 않으면
 $\frac{1}{\frac{a}{1}} = \frac{1}{\frac{1}{a}} \neq \frac{1}{-1}$
 $\therefore a \neq -1, a^2 = 1$ 이므로 $a = 1$