

단원 종합 평가

1. $(-2, 6)$ 이 일차방정식 $ax + 2y - 4 = 0$ 의 해일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$ax + 2y - 4 = 0$ 에 점 $(-2, 6)$ 을 대입
 $-2a + 12 - 4 = 0$
 $-2a + 8 = 0$
 $\therefore a = 4$

2. 집에서 14km 떨어져 있는 백화점까지 가는데 처음에는 시속 4km 로 걷다가 도중에서 시속 2km 으로 걸었더니 4 시간이 걸렸다. 시속 4km 로 걸은 거리와 시속 2km 로 걸은 거리를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 시속 4km : 12km

▷ 정답: 시속 2km : 2km

해설

시속 4km 로 걸은 거리 : x km
 시속 2km 로 걸은 거리 : y km

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y = 16 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

 $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면 $y = 2$, $x = 12$

3. 두 자연수가 있다. 두 자연수의 합은 21 이고 차는 9 이다. 이 두 자연수를 구하여라.(단, $x > y$) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 6

▷ 정답: 15

해설

두 자연수를 x, y 라 하면 ($x > y$)

$$\begin{cases} x + y = 21 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 9 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 하면 $2x = 30$
 $\therefore x = 15, y = 6$

4. 닭과 토끼가 같은 우리 안에 들어 있다. 머리 수는 35 이고, 다리 수는 94 이다. 닭과 토끼는 각각 몇 마리씩 있는지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 닭: 23마리

▷ 정답: 토끼: 12마리

해설

닭 : x 마리, 토끼 : y 마리

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 35 & \dots \textcircled{1} \\ x + 2y = 47 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 하면, $x = 23, y = 12$

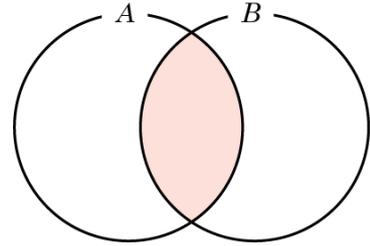
5. 다음 중 일차방정식 $3x + y = 10$ 의 그래프 위의 점은?
[배점 3, 하상]

- ① (0, 2) ② (1, 3) ③ (2, 4)
- ④ (4, 2) ⑤ (5, 3)

해설

- ① $3 \times 0 + 2 \neq 10$
- ② $3 \times 1 + 3 \neq 10$
- ③ $3 \times 2 + 4 = 10$
- ④ $3 \times 4 + 2 \neq 10$
- ⑤ $3 \times 5 + 3 \neq 10$

6. $A = \{(x, y) \mid x - 3y = -2\}, B = \{(x, y) \mid 2x + 5y = 7\}$ 일 때, 다음 그림의 색칠한 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.(단, x, y 는 자연수이다.)



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 1 개

해설

$x - 3y = -2$ 를 만족하는 순서쌍은 (1, 1), (4, 2), (7, 3), (10, 4), ...

$2x + 5y = 7$ 을 만족하는 순서쌍은 (1, 1) 뿐이므로 두 식을 동시에 만족하는 순서쌍은 $(x, y) = (1, 1)$ 즉, 1 개다.

7. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리수의 합이 10이고, 일의 자리의 숫자를 십의 자리의 숫자로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 1 이다. 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고할 때, 이 수를 구하기 위한 식은?
[배점 3, 하상]

- ① $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 1 = y \end{cases}$
 ② $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y + 1 = 0 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x = y + 1 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x + y = 10 \\ x = 2y + 1 \end{cases}$

해설

처음 수의 십의 자리숫자를 x , 일의 자리숫자를 y 라 하면 각 자리의 수의 합이 10이므로 $x + y = 10$ 이다. 그리고 일의 자리의 숫자를 십의 자리의 숫자로 나누면 몫이 2이고 나머지가 1이므로 $y = 2x + 1$ 이다.

따라서 $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 1 = y \end{cases}$ 이 된다.

8. 연립방정식 $3x + 4y + 1 = -y + 5x + 10 = -x + 2y - 5$ 의 해를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2$

▷ 정답: $y = 1$

해설

준식을 정리하면

$$\begin{cases} -2x + 5y = 9 \\ 6x - 3y = -15 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -2x + 5y = 9 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 2x - y = -5 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 에서 $y = 1$ 이고

$\textcircled{1}$ 에 $y = 1$ 을 대입하면 $x = -2$ 이다.

9. 4 년 전에 아버지의 나이는 아들의 나이의 9 배였다. 현재 아버지의 나이가 아들의 나이의 5 배일 때, 현재 아버지의 나이는? [배점 3, 하상]

- ① 36세 ② 37세 ③ 38세
 ④ 39세 ⑤ 40세

해설

현재 아버지의 나이를 x 세, 아들의 나이를 y 세 라 하면

$$\begin{cases} x - 4 = 9(y - 4) & \dots (1) \\ x = 5y & \dots (2) \end{cases}$$

(2)를 (1)에 대입하면 $5y - 4 = 9y - 36$

$$4y = 32$$

$$y = 8, x = 5y = 40$$

따라서 현재 아버지의 나이는 40세이다.

10. $(a, 2a - 3)$ 이 $2x - 3y - 9 = 0$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x = a, y = 2a - 3$ 을 주어진 식에 대입하면 $2a - 3(2a - 3) - 9 = 0$ 이고, 이를 정리하면 $-4a = 0$
 $\therefore a = 0$

11. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 3y = -2 \\ -3x + by = 6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① $a = 3, b = 2$ ② $a = -2, b = 6$
 ③ $a = -3, b = 6$ ④ $a = 1, b = -9$
 ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

해가 무수히 많을 조건은 $\frac{a}{-3} = \frac{3}{b} = \frac{-2}{6}$ 이므로 $a = 1, b = -9$ 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ kx = 3y + 3 \end{cases}$ 을 만족하는 y 의 값이 x 의 값보다 2 만큼 더 클 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$y = x + 2$ 이므로 $2x + 3(x + 2) = 1$
 $2x + 3x + 6 = 1$
 $5x = -5$
 $x = -1$
 $y = 1$
 $(-1, 1)$ 을 $kx = 3y + 3$ 에 대입하면
 $-k = 3 + 3$
 $\therefore k = -6$

13. 집합 $A = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$,
 $B = \{(x, y) \mid y = ax - 1\}$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 이 때, a 의 값을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로
 두 직선이 만나지 않을 조건을 구하면된다.
 $y = ax - 1$ 을 정리하면 $ax - y = 1$ 이다.
 따라서 $x - y = 2, ax - y = 1$ 에서 $\frac{1}{a} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{2}{1}$
 $\therefore a = 1$

14. $(-2, 4)$ 가 연립방정식 $\begin{cases} ax + 2y = 6 \\ 3x + by = 2 \end{cases}$ 의 해일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(-2, 4)$ 를 $ax + 2y = 6$ 에 대입하면
 $-2a + 8 = 6$
 $a = 1$
 $(-2, 4)$ 를 $3x + by = 2$ 에 대입하면
 $-6 + 4b = 2$
 $b = 2$
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

15. 연립방정식 $\begin{cases} 5x - y = 7 - a \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 2y = 18 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 을 만족하는 y
 의 값이 x 의 값의 3 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 3x$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $3x + 2 \times 3x = 18$
 $3x + 6x = 18$
 $9x = 18$
 $x = 2$, $y = 3x = 6$
 $(2, 6)$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $10 - 6 = 7 - a$
 $a = 3$

16. 어느 대학교의 작년도 학생 수는 12000 명이고, 올해 학생 수는 남학생은 7%, 여학생은 10% 가 줄어서 작년보다 960 명이 감소하였다. 올해 남학생 수를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7440 명

해설

작년 남학생의 수 : x
 작년 여학생의 수 : y
 $x + y = 12000$
 $\frac{7}{100}x + \frac{10}{100}y = 960$
 $7x + 10y = 96000 \cdots \textcircled{1}$
 $10x + 10y = 120000 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 하면
 $3x = 24000$
 $x = 8000$
 따라서 올해 남학생 수는 $8000 \times 0.93 = 7440$ (명)이다.

17. 다음은 연립방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 해를 바르게 구한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x + 2y - 8 = 0 \\ 3x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 8x + 5y = -11 \\ 4x + y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}y = \frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

해설

각각의 방정식에 x, y 값을 대입하여 두 방정식이 동시에 등식이 성립하면 연립방정식의 해이다.

18. 연립방정식 $\frac{2x + 7y - 4}{3} = \frac{4x + 5y}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4x + 5y - 6}{2}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \frac{2x + 7y - 4}{3} = \frac{4x + 5y - 6}{2} \\ \frac{4x + 5y + 2}{4} = \frac{4x + 5y - 6}{2} \end{cases}$$

두 식의 양변에 6, 4를 각각 곱하면 $4x + 14y - 8 = 12x + 15y - 18$

$$8x + y = 10 \cdots (1)$$

$$4x + 5y + 2 = 8x + 10y - 12$$

$$4x + 5y = 14 \cdots (2)$$

(2) $\times 2 -$ (1) 하면

$$9y = 18$$

$$y = 2$$

따라서 $x = 1$ 이다.

$$\therefore x - y = -1$$

19. 다음 연립방정식의 해가 될 수 있는 것을 고르면?

$$0.2x - 0.1y = 0.1x - 0.2y = 0.4x + 0.1y$$

[배점 4, 중중]

- ① (2, -2) ② (-2, -3)
- ③ (4, 3) ④ (1, -2)
- ⑤ (-2, -1)

해설

$$2x - y = x - 2y = 4x + y$$

$$2x - y = x - 2y, x + y = 0$$

$$x - 2y = 4x + y, 3x + 3y = 0$$

두 식을 정리하면 모두 $x + y = 0$ 이 되므로 이 식을 만족하는 것은 ①이다.

20. 어느 중학교 신입생 156 명을 6 개반에 배치하였더니 각 반의 정원이 25 명 또는 28 명이었다. 정원이 25 명인 반은 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

25 명이 정원인 반의 수를 x , 28 명이 정원인 반의 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 25x + 28y = 156 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 4$, $y = 2$ 이다.

21. 길이가 318m 인 화물열차가 철교를 지나는데 67 초 걸렸다. 또 길이가 162m 인 통일호 열차가 화물열차의 2 배의 속력으로 철교를 27 초 만에 완전히 건넜다고 하면 화물열차의 속도(m/초)과 철교의 길이를 각각 차례대로 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 12m/s

▷ 정답: 486 m

해설

철교의 길이를 x m, 화물열차의 속력을 y m/초 라 하면 통일호 열차의 속력은 $2y$ m/초 이므로

$$\begin{cases} 318 + x = 67y & \dots \text{①} \\ 162 + x = 27 \times 2y & \dots \text{②} \end{cases} \quad \text{①} - \text{②} \text{ 하면 } 156 = 13y$$

$\therefore y = 12, x = 486$

22. 연립방정식 $\begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ ax - 6y + b = 0 \end{cases}$ 의 해가 없고 $ax - 4y + b = 0$ 의 그래프가 점 (2, 3)을 지날 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

연립방정식의 해가 없으므로 첫 번째 식에 $\times 2$ 를 해 주고 두 번째 식을 뺀 값이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 이 되어야 하므로 $8 - a = 0$, $4 - b \neq 0$ 이다. 또한 $8x - 4y + b = 0$ 의 그래프가 점 (2, 3) 을 지나므로 $16 - 12 + b = 0$, $b = -4$ 이다. 따라서 $\frac{a}{b} = \frac{8}{-4} = -2$ 이다.

23. 두 자리의 자연수 a, b 가 있다. a 는 4 의 배수이고 b 보다 14 가 작다. 또, b 의 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수는 a 보다 22 가 작다. a, b 를 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 48$

▷ 정답: $b = 62$

해설

a 는 b 보다 14 가 작으므로 $a = b - 14 \dots \textcircled{1}$
 b 의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$b = 10x + y \dots \textcircled{2}$ 이고,

일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수 $10y + x$ 는 a 보다 22 가 작으므로

$10y + x = a - 22$ 이다.

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 10x + y - 14$ 이고 $10y + x = a - 22$ 에 대입하면

$10y + x = 10x + y - 14 - 22$ 이다.

따라서 $y = x - 4 \dots \textcircled{3}$ 이다.

$\textcircled{1}$ 에서 a 는 두 자리의 자연수이므로

$10 \leq b - 14 \leq 99$ 이다. 따라서 $24 \leq b \leq 113$

또, b 도 두 자리의 자연수이므로 $24 \leq b \leq 99$ 이다.

$24 \leq 10x + y \leq 99$ 이면서 $\textcircled{3}$ 을 만족하는 x, y 는 $(x, y) = (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5)$

따라서 $b = 51, 62, 73, 84, 95$

이 때, $a = 37, 48, 59, 70, 81$ 이고, 이 중에서 4 의 배수는 48 뿐이므로

$a = 48, b = 62$ 이다.

24. A, B 두 종류의 경기를 하여 각각에 대해 상을 주었을 때 상을 받은 사람은 모두 20 명이었고, A, B 두 종목 모두에서 상을 받은 사람은 10 명이었다. 또, A 종목에서 상을 받은 사람은 B 종목에서 상을 받은 사람보다 2 명 많았다. A 종목에서 상을 받은 사람은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

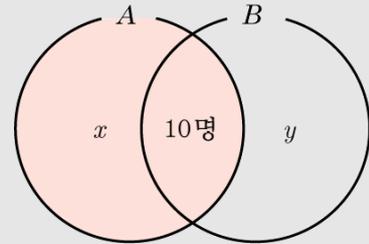
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16 명

해설

A 종목에서 상을 받은 사람을 x 명, B 종목에서 상을 받은 사람을 y 명이라 하면



$$\begin{cases} x + y - 10 = 20 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

즉,

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 16, y = 14$ 이다.

25. 2 개의 정수가 있다. 큰 수를 작은 수로 나누면 몫이 3 이고 나머지가 3 이다. 또, 작은 수에 35 를 더한 수를 큰 수로 나누었더니 몫이 2 이고 나머지가 4 이었다. 두 수의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

해설

두 정수를 각각 x , y 라고 하면

$$\begin{cases} x = 3y + 3 \\ y + 35 = 2x + 4 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 18$, $y = 5$ 이다.

$$\therefore 18 + 5 = 23$$