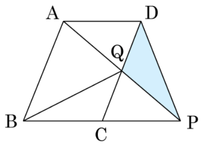
단원 종합 평가

1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{AP}$ 를 이을 때, $\overline{DC}$ 와의 교점을 Q 라고 하면 $\triangle BCQ = 25(\,cm^2)$ 이다. 이때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $25\,cm^2$

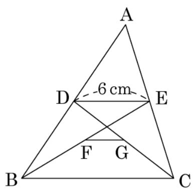
▷ 정답 : $25\,cm^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면 $\triangle ACP = \triangle DCP$

$\triangle DQP = \triangle ACQ = \triangle BCQ = 25(\,cm^2)$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{BE}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{DE} = 6\,cm$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\,cm$

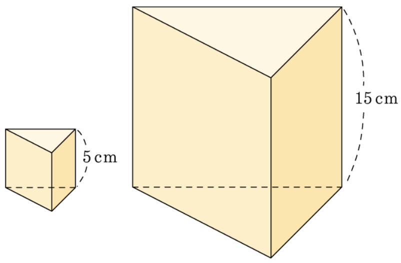
▷ 정답 : $3\,cm$

해설

$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 12(\,cm)$

$\overline{FG} = \dfrac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{DE}) = \dfrac{1}{2} \times 6 = 3(\,cm)$

3. 다음 그림의 두 삼각기둥은 닮은 도형이다. 작은 삼각기둥의 부피가 $45cm^3$ 일 때, 큰 삼각기둥의 밑넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $81\,cm^2$

▷ 정답 : $81\,cm^2$

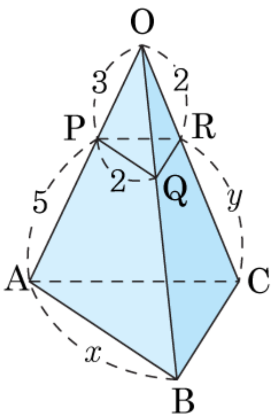
해설

(작은 삼각기둥의 밑넓이) $= 45 \div 5 = 9(cm^2)$

$5 : 15 = 1 : 3,\ 1^2 : 3^2 = 1 : 9$

(큰 삼각기둥의 밑넓이) $= 9 \times 9 = 81(cm^2)$

4. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle PQR$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① $\dfrac{26}{3}$ ② $\dfrac{28}{3}$ ③ $\dfrac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\dfrac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \dfrac{16}{3}$

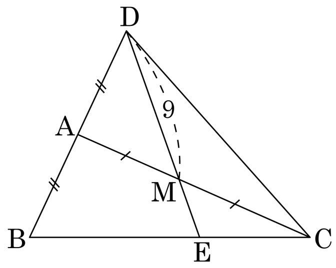
$\overline{PR} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \dfrac{10}{3}$

$\therefore\ x+y = \dfrac{16}{3} + \dfrac{10}{3} = \dfrac{26}{3}$

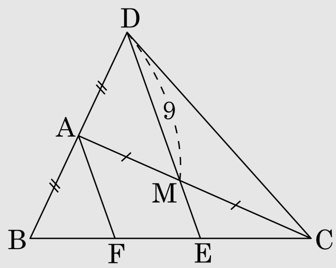
5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 M , 점 D 와 M 을 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{DM} = 9$ 일 때, $\overline{ME}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 5 ② 4.5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2.5

해설



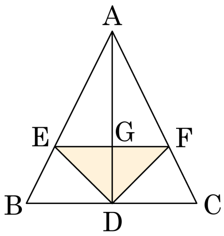
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\triangle AFM \equiv \triangle CEM$

$\therefore \overline{FM} = \overline{ME}$

$\overline{DF} = \overline{FE}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{FM} = 2 : 1$

$\therefore \overline{ME} = \overline{FM} = \overline{DM} \times \dfrac{1}{3} = 9 \times \dfrac{1}{3} = 3$

6. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{BC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이다. $\triangle ABC = 126\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

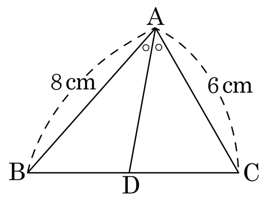
① $28\,\mathrm{cm}^2$　② $29\,\mathrm{cm}^2$　③ $30\,\mathrm{cm}^2$

④ $31\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $32\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle DEF = \frac{1}{2}\triangle AEF = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}\triangle ABC = \frac{2}{9} \times 126 = 28(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

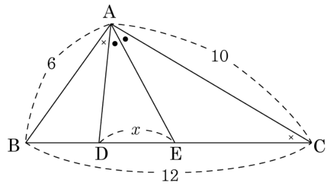
▷ 정답 : $\frac{96}{7}\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : $\frac{96}{7}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 넓이는 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는 $8 : 6 = 4 : 3$ 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 $4 : 3$ 이다. 따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{96}{7}\mathrm{cm}^2$ 이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 10$)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle B$ (공통) $\angle DAB = \angle ACB$

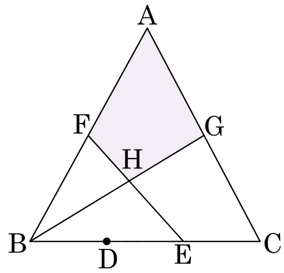
$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$ 이므로 $6 : 12 = \overline{BD} : 6$ $\overline{BD} = 3$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로 $6 : 12 = \overline{AD} : 10$ $\overline{AD} = 5$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE}$ 이므로 $5 : 10 = x : (9 - x)$ $\therefore\ x = 3$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\triangle FBH = 8\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 F, G 를 이으면 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle FHG \backsim \triangle EHB$

$\overline{FG} : \overline{BE} = 3 : 4$

$\triangle FHG : \triangle FBH = 3 : 4$

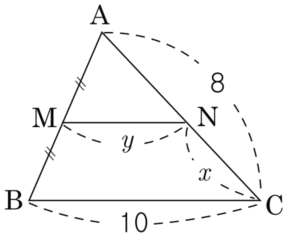
$\triangle FHG = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

$\overline{AF} = \overline{BF}$ 이므로

$\triangle AFG = \triangle GFB = 8 + 6 = 14\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square AFHG = 14 + 6 = 20\ (\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때, 식의 값이 나머지와 다른 것은?



[배점 5, 중상]

① $y - a$ ② $\frac{8-x}{2}$ ③ $2(x-a)$
④ $\frac{8-a}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}(8-y)$

해설

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이 M, N 이므로 $a = 3$ 이다.

$y = \frac{1}{2} \times 10 = 5$, $x = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ 이다.

① $y - a = 5 - 3 = 2$

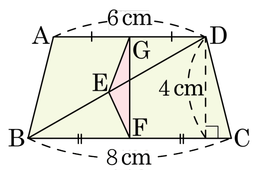
② $\frac{8-x}{2} = \frac{8-4}{2} = 2$

③ $2(x-a) = 2(4-3) = 2$

④ $\frac{8-a}{3} = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}(8-y) = \frac{2}{3}(8-5) = 2$

11. $\overline{AD} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\mathrm{cm}$, 높이가 $4\mathrm{cm}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 G, F, E 라고 할 때, $\triangle EFG$ 의 넓이를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ 2

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{GF}$ 의 교점을 H 라 하면

$\triangle DGH \backsim \triangle BFH$ 이고 닮음비는 $3 : 4$ 이므로

$\overline{HD} = \frac{3}{7}\overline{BD}$, $\overline{EH} = \overline{DE} - \overline{DH} = \frac{1}{14}\overline{BD}$ 이므로

$\overline{EH} : \overline{DH} = \frac{1}{14} : \frac{3}{7} = 1 : 6$

$\triangle EGH = \frac{1}{7}\triangle DGE = \frac{1}{7} \times \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{28}\triangle ABD$

마찬가지 방법으로 $\triangle EFH = \frac{1}{28}\triangle DBC$

따라서

$$\triangle EFG = \frac{1}{28}\square ABCD = \frac{1}{28} \times \left\{\frac{1}{2} \times (6+8) \times 4\right\} = 1 \text{ 이다.}$$

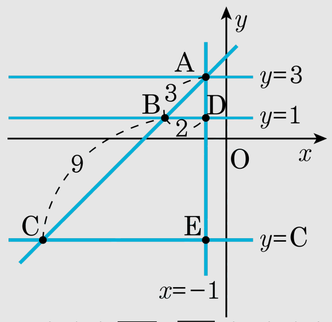
12. 직선 $y = ax + b$ 가 세직선 $y = 3,\ y = 1,\ y = c$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하고, 점 A 를 지나는 직선 $x = -1$ 이 $y = 1,\ y = c$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 한다. $\overline{\mathrm{AB}} = 3,\ \overline{\mathrm{BC}} = 9,\ \overline{\mathrm{BD}} = 2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0,\ c < 1$) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 0

해설



그림에서 $\overline{\mathrm{BD}},\ \overline{\mathrm{CE}}$가 평행하므로

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DE}}$

$3 : 9 = 2 : 1 - c$

$\therefore\ c = -5$

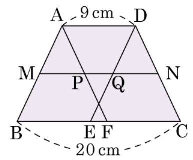
두 점 A$(-1,\ 3)$, B$(-3,\ 1)$이 직선 $y = ax + b$ 위에 있으므로 대입하면

$3 = -a + b,\ 1 = -3a + b$

두 식을 연립하면 $a = 1,\ b = 4$

$\therefore\ a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$

13. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이고, $\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{AF}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DC}}$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}} = 9\,\mathrm{cm}$, , $\overline{\mathrm{BC}} = 20\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$ cm

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$ cm

해설

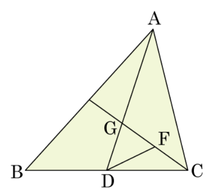
$\overline{\mathrm{MN}} = \frac{1}{2}(20 + 9) = \frac{29}{2}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MQ}} = \overline{\mathrm{PN}} = \overline{\mathrm{AD}} = 9\,(\mathrm{cm})$ 이므로

$\overline{\mathrm{MN}} = 9 + 9 - \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{29}{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{7}{2}\,(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고, $\overline{\mathrm{DF}}$ 는 △CDG 의 중선이다.$\triangle\mathrm{GDF} = 12\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $144\,\mathrm{cm}^2$

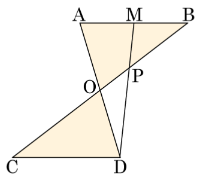
▷ 정답 : $144\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle GDF &= \frac{1}{2}\triangle GDC \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{12}\triangle ABC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC &= 12\triangle GDF \\ &= 12\times 12 \\ &= 144\,(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 선분 AB 와 CD 의 길이는 같고 두 선분은 서로 평행하다. 선분 AB 의 중점 M 에 대하여 선분 DM 과 BC 의 교점을 P 라 할 때, 삼각형 BMP 의 넓이는 3 이다. 삼각형 OAB 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 9

해설

점 B, D 를 연결하여 삼각형 ADB 를 만들면 삼각형 OAB, OCD 는 합동이므로 $\overline{OA}=\overline{OD}$
점 M은 선분 AB 의 중점이므로 점 P 는 삼각형 ABD 의 무게중심이다.
삼각형 ABD 의 넓이를 S 라 할 때,
$\triangle BMP=\frac{S}{6}$, $\triangle OAB=\frac{S}{2}$
따라서 삼각형 OAB 의 넓이는 9 이다.