

문제 풀이 과제

1. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $4 \times (-2)^3 = 32$
- ② $(-2)^2 \times (-2)^2 = -16$
- ③ $(-2)^2 \times (-8) = -32$
- ④ $9 \times 3^2 = 3^3$
- ⑤ $(-3) \times (-3)^3 = -3^4$

해설

- ① $4 \times (-2)^3 = 4 \times (-8) = -32$
- ② $(-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)^4 = 16$
- ③ $(-2)^2 \times (-8) = 4 \times (-8) = -32$
- ④ $9 \times 3^2 = 3^2 \times 3^2 = 3^4$
- ⑤ $(-3) \times (-3)^3 = (-3)^4 = 3^4$

2. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

[배점 3, 중하]

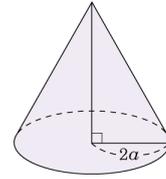
- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$
- ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$
- ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$
- ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$
- ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이다.

- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$
- ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$
- ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$
- ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$
- ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

3. 다음과 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2a$, 원뿔의 부피가 $(24a^3b - 20a^2b)\pi$ 라고 한다. $a = 2$, $b = 3$ 일 때, 높이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 63

▷ 정답: 63

해설

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = (24a^3b - 20a^2b)\pi$$

$$(\text{밑넓이}) = \pi(2a)^2 = 4\pi a^2$$

$$(24a^3b - 20a^2b)\pi = \frac{4\pi a^2}{3} \times h$$

$$h = (24a^3b - 20a^2b)\pi \times \frac{3}{4\pi a^2}$$

$$h = (6ab - 5b) \times 3$$

$$\therefore h = 18ab - 15b \quad a = 2, b = 3 \text{ 일 때, } 18ab - 15b = 18 \times 2 \times 3 - 15 \times 3 = 108 - 45 = 63$$

4. $\left(\frac{1}{2}xy^2z\right)^2 \times \frac{4x^3y^2}{3} \div \left(-\frac{xy^2z}{3}\right) = ax^by^cz$ 에서 $a - b^2 + \frac{3}{2}c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -5
- ② -7
- ③ -11
- ④ -13
- ⑤ -15

해설

$$\frac{1}{4}x^2y^4z^2 \times \frac{4x^3y^2}{3} \times \frac{-3}{xy^2z}$$

$$= -x^{2+3-1}y^{4+2-2}z^{2-1}$$

$$= -x^4y^4z$$

$$\therefore a = -1, b = 4, c = 4$$

$$\therefore a - b^2 + \frac{3}{2}c = -1 - 16 + 6 = -11$$

5. $\frac{2x-5}{3} - \frac{x-7}{4} = Ax+B$ 일 때, $A-B$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{2x-5}{3} - \frac{x-7}{4} = \frac{8x-20-3x+21}{12} =$$

$$\frac{5x+1}{12} = \frac{5}{12}x + \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{5}{12}, B = \frac{1}{12}$$

$$\therefore A - B = \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

6. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 55

▷ 정답: 55

해설

$$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$$

$$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$$

$$= (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 6)$$

x^2 이 나오는 항은 $-6x^2 + x^2 - 12x^2 = -17x^2$ 이다. 따라서, x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72 = 55$ 이다.

7. $a : b = 1 : 2$ 이고, $(b + \frac{1}{a}) \div (\frac{1}{b} + a) = \square$ 일 때, \square 안에 알맞은 수는? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

해설

$$a : b = 1 : 2 \text{ 이므로 } b = 2a$$

$$\square = (b + \frac{1}{a}) \div (\frac{1}{b} + a)$$

$$= (\frac{ab+1}{a}) \div (\frac{1+ab}{b})$$

$$= \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2$$

8. $(-\frac{4}{3}xy^3)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

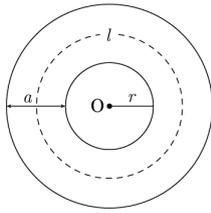
▷ 정답: 11

▷ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^2 y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^p y^q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ \frac{16}{9}x^{3-p} y^{7-q} &= \frac{16y}{9x^2} \\ 3-p &= -2 \quad \therefore p=5 \\ 7-q &= 1 \quad \therefore q=6 \\ \therefore p+q &= 11 \end{aligned}$$

9. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



[배점 5, 중상]

- ① $S = a + l$ ② $S = a - l$
 ③ $S = -a + l$ ④ $S = al$
 ⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned} l &= (a + 2r)\pi \\ S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar)\pi \\ \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al \end{aligned}$$

10. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ 으로 정의한다. $\frac{n^{-1}14!}{n^{-2}} = k^2$ (k 는 자연수) 이기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 858

▶ 정답: 858

해설

$$\begin{aligned} \frac{n^{-1}14!}{n^{-2}} &= \frac{n^{-1}}{n^{-2}} \times 14! = n \times 14! = k^2 \\ 14! &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \\ &= 2^{11} \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13 \\ \text{주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는} \\ \text{소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작} \\ \text{은 자연수 } n \text{ 은} \\ n &= 2 \times 3 \times 11 \times 13 = 858 \end{aligned}$$