실력 확인 문제

1. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 $24cm, 36cm$ 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하하]

① $6cm$ ② $8cm$ ③ $10cm$

④ $12cm$ ⑤ $24cm$

해설

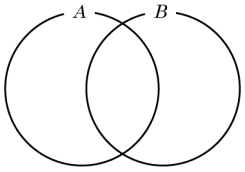
자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

2) 24 36
2) 12 18
3) 6 9
2 3

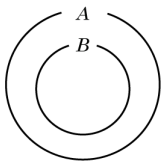
$\therefore 2\times2\times3=12(\text{cm})$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{2,\ 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 2, 하하]

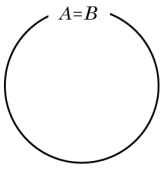
①



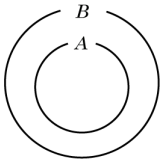
②



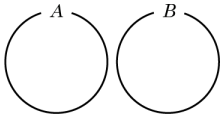
③



④



⑤



해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\},\ B = \{2,\ 3\}$
$\therefore\ B \subset A$

3. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36 , 48

[배점 2, 하하]

① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^2\times3^2$

④ $2^4\times3$ ⑤ $2^4\times3^2$

해설

$2)\,36$
$2)\,18$
$3)\,9$
3

$\therefore\ 36 = 2^2 \times 3^2$

$2)\,48$
$2)\,24$
$2)\,12$
$2)\,6$
3

$\therefore\ 48 = 2^4 \times 3$

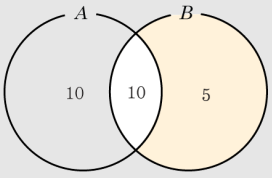
따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

4. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20 명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15 명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10 명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 2, 하하]

① 6 명 ② 8 명 ③ 10 명
④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

자장면을 좋아하는 학생의 집합을 A , 짬뽕을 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면,
$n(A) = 20$, $n(B) = 15$, $n(A - B) = 10$
따라서 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생의 수는 $n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 20 - 10 = 10$ (명) 이다. 주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



5. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 3, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4 가 있어야 한다.

6. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 2, 하중]

① $\varnothing \subset A$
② $\{2\} \in A$
③ $\{1, 2, 3\} \subset A$
④ $\{1, 2\} \subset A$
⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

7. 다음 중 부분집합의 개수가 32 개인 집합이 <u>아닌</u> 것은? [배점 2, 하중]

① $\{x \mid x$는 16의 약수$\}$
② $\{x \mid x$는 6보다 작은 자연수$\}$
③ $\{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$
④ {선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}
⑤ $\{x \mid x$는 20 이하의 4의 배수$\}$

해설

① $2^5 = 32$ (개)
② $2^5 = 32$ (개)
③ $2^4 = 16$ (개)
④ $2^5 = 32$ (개)
⑤ $2^5 = 32$ (개)

8. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

9. 집합 {2, 4, 6, 8} 을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

① $\{x|x$는 짝수$\}$
② $\{x|x$는 10 이하의 2의 배수$\}$
③ $\{x|x$는 9 이하의 짝수$\}$
④ $\{x|x$는 8 미만의 짝수$\}$
⑤ $\{x|x$는 10 미만의 2의 배수$\}$

해설

① $\{2, 4, 6, 8, 10, \cdots\}$
② $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
③ $\{2, 4, 6, 8\}$
④ $\{2, 4, 6\}$
⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은? [배점 2, 하중]

① 80 ② 90 ③ 216
④ 168 ⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$
$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10$(개)
② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$(개)
③ $216 = 2^3 \times 3^3$
$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16$(개)
④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$(개)
⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$(개)

11. $1 \times 2^3 + 1 \times 2$ 를 이진법의 수로 나타내면? [배점 2, 하중]

① $1010_{(2)}$ ② $101_{(2)}$ ③ $11_{(2)}$
④ $1001_{(2)}$ ⑤ $1100_{(2)}$

해설

$1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 1010_{(2)}$

12. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 3$, $b = 1$ 일 때이다.
$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

13. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이다.

14. 다음 중 집합인 것은? [배점 3, 하상]

① 예쁜 어린이들의 모임

② 우리 중학교 1 학년 1 반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임

③ 4 와 10000 사이에 있는 자연수의 모임

④ 100 에 가까운 수들의 모임

⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

15. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는? [배점 3, 하상]

① $2^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$ ④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

16. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면 ?
[배점 3, 하상]

① $\{x \mid x \le 1,\ x$는 자연수$\}$

② $\{x \mid x$는 5로 나누었을 때 나머지가 3 인 자연수 $\}$

③ $\{x \mid x < 2,\ x$는 소수$\}$

④ $\{x \mid x$는 4의 약수 중 홀수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 25보다 큰 25의 배수$\}$

해설

① $\{1\}$
② $\{3,\ 8,\ 13,\ \cdots\}$
③ $\varnothing$
④ $\{1\}$
⑤ $\{50,\ 75,\ 100,\ \cdots\}$

17. $10^a = 1000,\ \dfrac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 $a,\ b$ 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
이므로 $a = 3$ 이다.
$\dfrac{1}{10^1} = \dfrac{1}{10} = 0.1$
$\dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{10 \times 10} = \dfrac{1}{100} = 0.01$
이므로 $b = 2$ 이다.
$\therefore\ a+b = 3+2 = 5$ 이다.

18. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2 개) [배점 3, 중하]

① $A = \{x \mid x$는 홀수$\} = \{1,\ 3,\ 6,\ \cdots\}$

② $A = \{x \mid x$는 10의 약수$\} = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\cdots\}$

③ $\{x \mid x$는 30보다 작은 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 23,\ 29\}$

④ $\{3,\ 6,\ 9,\ 12\} = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$

⑤ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 99\} = \{x \mid x$는 100 이하의 홀수$\}$

해설

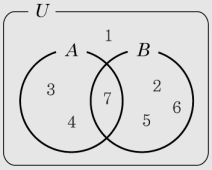
① $\{1,\ 3,\ 5\cdots\}$
② $\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$
④ $\{x \mid x$는 12 이하의 3의 배수$\}$

19. 전체집합 $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A - B = \{3,\ 4\},\ B - A = \{2,5,6\},\ (A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

① $\{2,5,6\}$ ② $\{2,5,6,7\}$
③ $\{1,2,5\}$ ④ $\{1,2,5,6\}$
⑤ $\{1,2,5,6,7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore\ B = \{2, 5, 6, 7\}$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$

해설

㉡ '잘하는'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉣ '좋은'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉥ '위인'이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

20. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 8월에 태어난 학생의 모임

㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임

㉢ 외떡잎 식물의 모임

㉣ 키우기 좋은 동물의 모임

㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임

㉥ 위인의 모임

㉦ 10보다 큰 11의 배수

㉧ 강남구 소속 주민의 모임

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥