

실력 확인 문제

1. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm , 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하하]

- ① 6cm ② 8cm ③ 10cm
 ④ 12cm ⑤ 24cm

해설

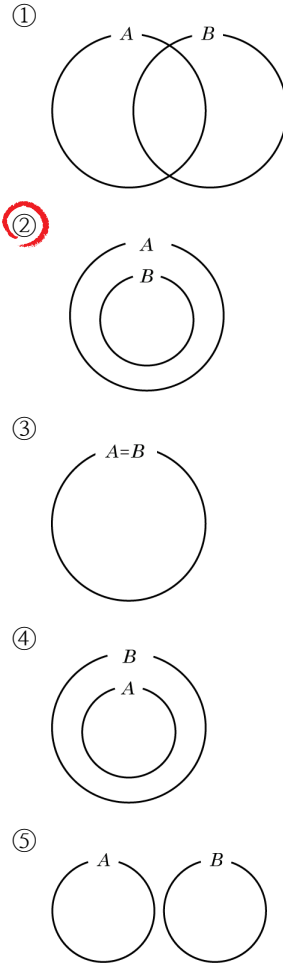
자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 2, 하하]



해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3\}$$

$$\therefore B \subset A$$

3. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

[배점 2, 하하]

- ① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^2 \times 3^2$
 ④ $2^4 \times 3$ ⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 48 = 2^4 \times 3$$

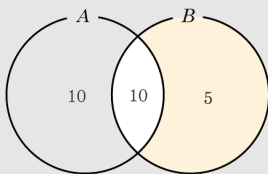
따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

4. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 2, 하하]

- ① 6명 ② 8명 ③ 10명
④ 12명 ⑤ 14명

해설

자장면을 좋아하는 학생의 집합을 A , 짬뽕을 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면,
 $n(A) = 20$, $n(B) = 15$, $n(A - B) = 10$
 따라서 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생의 수는 $n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 20 - 10 = 10$ (명)이다. 주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



5. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 3, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4가 있어야 한다.

6. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\emptyset \subset A$
 ② $\{2\} \in A$
 ③ $\{1, 2, 3\} \subset A$
 ④ $\{1, 2\} \subset A$
 ⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

7. 다음 중 부분집합의 개수가 32개인 집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
 ④ $\{\text{선예, 유빈, 소희, 선미, 예은}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $2^5 = 32$ (개)
- ② $2^5 = 32$ (개)
- ③ $2^4 = 16$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^5 = 32$ (개)

해설

- ① $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- ② $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8\}$
- ④ $\{2, 4, 6\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

8. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?
[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 14 는 합성수이다.

9. 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$ 을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{x|x \text{는 짝수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 9 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 8 \text{ 미만의 짝수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 } 2 \text{의 배수}\}$

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① 80 ② 90 ③ 216
④ 168 ⑤ 180

해설

- ① $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$
- ② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$
- ③ $216 = 2^3 \times 3^3$
 $\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$
- ④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$
- ⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

11. $1 \times 2^3 + 1 \times 2$ 를 이진법의 수로 나타내면?
[배점 2, 하중]

- ① $1010_{(2)}$ ② $101_{(2)}$ ③ $11_{(2)}$
④ $1001_{(2)}$ ⑤ $1100_{(2)}$

해설

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 1010_{(2)}$$

12. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.
 $\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

13. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 2$

▶ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

14. 다음 중 집합인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 예쁜 어린이들의 모임
- ② 우리 중학교 1학년 1반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임
- ③ 4와 10000 사이에 있는 자연수의 모임
- ④ 100에 가까운 수들의 모임
- ⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

15. 두 수 $2 \times 3^2, 3 \times 5^2$ 의 최소공배수는?

[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 5$
- ② $2^3 \times 3$
- ③ $2 \times 3 \times 5$
- ④ $2 \times 3^2 \times 5^2$
- ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

$2 \times 3^2, 3 \times 5^2$
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

16. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면 ?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\}$
- ② $\{3, 8, 13, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{1\}$
- ⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

17. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$10^1 = 10$
 $10^2 = 10 \times 10 = 100$
 $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
 이므로 $a = 3$ 이다.
 $\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$
 $\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$
 이므로 $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3 + 2 = 5$ 이다.

18. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2 개)
[배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8 \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$
- ④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

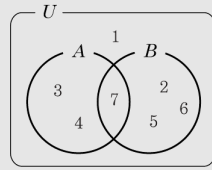
- ① $\{1, 3, 5 \dots\}$
- ② $\{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

19. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\{2, 5, 6\}$
- ② $\{2, 5, 6, 7\}$
- ③ $\{1, 2, 5\}$
- ④ $\{1, 2, 5, 6\}$
- ⑤ $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

20. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉡, ㉢, ㉣
- ③ ㉢, ㉣, ㉤
- ④ ㉡, ㉣, ㉦
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉥