

단원 종합 평가

1. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 8 ③ 27
 ④ 32 ⑤ 125

해설

$12 = (2 + 1) \times (3 + 1)$ 이므로
 $\square = a^3$ (a 는 소수),
 $a \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3,
 $\therefore \square = 3^3 = 27$

2. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개
 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

3. 다음 세 자리 수는 3의 배수이다. \square 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

2 8

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 5

▷ 정답: 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로
 $2 + \square + 8 = 10 + \square$
 $\therefore \square = 2, 5, 8$

4. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 120 이다.

5. $2^5 < A < 2^6$ 인 A 를 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6자리 수

해설

$$2^5 = 1 \times 2^5 = 100000_{(2)}$$

$$2^6 = 1 \times 2^6 = 1000000_{(2)}$$

따라서 A 는 이진법으로 나타내면 6 자리 수이다.

6. 75 로 나누면 나누어 떨어지고, 1 과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 75 개인 최소의 자연수 n 을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 32400

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는 $(m+1)(n+1)(l+1)\dots$ 이고, 약수의 개수가 $75 = 3 \times 5 \times 5$ (개) 이므로 m, n, l 의 값은 차례로 2, 4, 4 이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로, a, b, c 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면 $N = 2^4 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는 75 의 배수이므로 32400 이 답이 된다.

7. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면? [배점 4, 중중]

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

8. 세 자연수 2, 3, 4 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 세 자리의 자연수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 888

해설

구하는 수는 (2, 3, 4의 공배수) + 1 의 꼴이고, 2, 3, 4 의 최소공배수를 구하면 12 이다. 세 자리 자연수 중 가장 작은 12 의 배수는 108 , 세 자리 자연수 중 가장 큰 12 의 배수는 996 이다. 구하는 가장 작은 자연수는 $108 + 1 = 109$, 가장 큰 자연수는 $996 + 1 = 997$ 이다. 따라서 두 수의 차는 $997 - 109 = 888$ 이다.

9. 십진법으로 나타낸 수 432781 에서 10^5 자리의 수와 10^2 자리의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 7

해설

$$432781 = 4 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10 + 1 \times 1$$

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 7개이다.
- ② $101010101_{(2)}$ 은 짝수가 아니다.
- ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수를 십진법으로 나타내면 14이다.
- ④ $11010_{(2)}$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
- ⑤ $11101_{(2)}$ 은 소수가 아니다.

해설

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 $1000_{(2)}$, $1001_{(2)}$, $1010_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $1100_{(2)}$, $1101_{(2)}$, $1110_{(2)}$, $1111_{(2)}$ 의 8개이다.
- ② $101010101_{(2)} = 341$ 은 홀수이다.
- ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수는 $1110_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면 14이다.
- ④ $11010_{(2)} = 26$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
- ⑤ $11101_{(2)} = 29$ 는 소수이다.

11. 360 의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수) [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

12. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.
 4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
 따라서 8 이다.

13. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의
 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는
 $24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.
 $\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

14. 자연수 a, b, c 에 대하여 $750a = 180b = c^2$ 이 성립할
 때, c 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$750a = 2 \times 3 \times 5^3 \times a, 180b = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times b,$
 위 두 식이 가장 작은 c^2 의 형태가 되려면,
 $a = 2 \times 3 \times 5, b = 5^3$ 이어야 한다.
 따라서,
 $c^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^4$
 $\therefore c = 150$

15. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는
 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10,$
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
 \therefore (순서쌍 (a, b) 의 개수) = 4 (개)