

단원 종합 평가

1. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 600} \\ 2 \overline{) 300} \\ 2 \overline{) 150} \\ 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

2. 자연수 N 을 3, 4, 5, 6 으로 각각 나누면 나머지가 모두 1 이다. 이를 만족하는 자연수 N 중에서 100 에 가장 가까운 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

구하는 수를 N 이라 하면 $N - 1$ 은 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 60 의 배수 중 100 에 가장 가까운 수는 120 이다. 이때 $N - 1 = 120$ 이다. 따라서 $N = 121$ 이다.

3. $2^5 < A < 2^6$ 인 A 를 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 자리 수

해설

$$2^5 = 1 \times 2^5 = 100000_{(2)}$$

$$2^6 = 1 \times 2^6 = 1000000_{(2)}$$

따라서 A 는 이진법으로 나타내면 6 자리 수이다.

4. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면? [배점 4, 중중]

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

5. 84103 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값을 x , $11011_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값을 y 라고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

84103 의 1 은 100 을 나타내고, $11011_{(2)}$ 의 1 은 $2^3 = 8$ 을 나타낸다. 따라서 $x = 100$, $y = 8$ 이고, $100 + 8 = 108$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 4, 중중]

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 7 개 이다.
- ② $101010101_{(2)}$ 은 짝수가 아니다.
- ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수를 십진법으로 나타내면 14 이다.
- ④ $11010_{(2)}$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
- ⑤ $11101_{(2)}$ 은 소수가 아니다.

해설

- ① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 $1000_{(2)}$, $1001_{(2)}$, $1010_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $1100_{(2)}$, $1101_{(2)}$, $1110_{(2)}$, $1111_{(2)}$ 의 8 개이다.
- ② $101010101_{(2)} = 341$ 은 홀수이다.
- ③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수는 $1110_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면 14 이다.
- ④ $11010_{(2)} = 26$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
- ⑤ $11101_{(2)} = 29$ 는 소수이다.

7. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉢ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

8. $10010_{(2)} \div 7$ 의 몫과 나머지를 이진법의 수인 $a_{(2)}$, $b_{(2)}$ 라 할 때, a 와 b 를 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 10$

▷ 정답 : $b = 100$

해설

$$10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 18$$

$$18 = 7 \times 2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{몫 } 2 = 10_{(2)} \quad \therefore a = 10$$

$$\text{나머지 } 4 = 100_{(2)} \quad \therefore b = 100$$

9. 다음 중에서 짝수로만 짝지어진 것은?

[배점 5, 중상]

① $1_{(2)}, 100_{(2)}, 10010_{(2)}$

② $10_{(2)}, 101_{(2)}, 1111_{(2)}$

③ $110_{(2)}, 1100_{(2)}, 11101_{(2)}$

④ $1001_{(2)}, 11000_{(2)}, 111_{(2)}$

⑤ $10100_{(2)}, 100_{(2)}, 11010_{(2)}$

해설

(짝수) $= a \times 2(a \text{는 자연수})$ 이므로

이진법으로 나타낼 때 일의 자리의 숫자가 0이 된다.

10. 이진법에서 1의 자리로부터 왼쪽으로 여섯 번째 자리의 값은 얼마인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 64

해설

$1 \times \dots \times \dots \times_{(2)}$ 에서 1이 나타내는 자리는 2^6 자리이다. 즉, 64이다.

11. $10^5 + 10^3$ 은 십진법으로 나타내면 m 자리 수이고, $2^4 + 2$ 은 이진법으로 나타내면 n 자리 수이다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$10^5 + 10^3 = 1 \times 10^5 + 1 \times 10^3 = 101000$$

$$\therefore m = 6$$

$$2^4 + 2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 10010_{(2)}$$

$$\therefore n = 5$$

$$\therefore 6 + 5 = 11$$

12. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 5, 상하]

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	2^2	2^3	2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

13. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120의 최대공약수는 8이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.
 $\therefore$ (필요한 말뚝의 수)
 $= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$
 $= 11 + 12 + 15$
 $= 38(\text{개})$

14. 흰 바둑돌을 0, 검은 바둑돌을 1로 하여 이진법의 수를 나타낼 수 있다. 흰 바둑돌 2개와 검은 바둑돌 3개로 나타낼 수 있는 다섯 자리 이진수의 총합을 십진수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 141

해설

다섯 자리 이진수이므로 첫 자리는 항상 검은 바둑돌이 와야 한다.
 따라서 나타낼 수 있는 이진법의 수는
 $11100_{(2)}, 11010_{(2)}, 11001_{(2)}, 10110_{(2)}, 10101_{(2)}, 10011_{(2)}$ 이다.
 위의 수를 십진법의 수로 나타내면,
 28, 26, 25, 22, 21, 19 이다.
 이진법의 수의 총합은 십진법의 수로 고쳐서 총합을 구할 때와 같다.
 $\therefore 28 + 26 + 25 + 22 + 21 + 19 = 141$

15. 숫자 0과 1을 다음과 같은 규칙으로 나열하였다. 1001110000111110000001111111... 왼쪽에서부터 101번째 숫자부터 106번째 숫자로 2진수를 만들 때, 그 수를 십진수로 나타내어라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

1001110000111110000001111111... 는
 $1, 00, 111, 0000, 11111, 000000, 1111111, \dots$ 의
 묶음으로 나눌 수 있다.
 각 묶음이 1씩 커진다.
 1 부터 13 까지의 합 $= \frac{13 \times 14}{2} = 91$ 이므로,
 92 번째 수부터 105 번째 수까지 14 개의 수가 연속으로 0 이 된다.
 106 번째 수는 1 이다. 따라서 만들 수 있는 이진수는 $1_{(2)}$ 이고, 십진수로 나타내어도 1 이다.