

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 18

해설

원소 6 을 제외한 $\{4, 8\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{4, 8\}$ 의 4 개가 있으므로, 원소 6 을 반드시 포함하는 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합에는 $\{6\}, \{4, 6\}, \{6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $4 + 6 + 8 = 18$ 이다.

2. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\emptyset$
 ③ $\{1, 5, 7\}$ ④ $\{\emptyset, 1, 3\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A 의 부분집합: $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 7\}$

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $\{2\} \subset \{2, 4, 5\}$
 ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
 ③ $\{\emptyset\} = \emptyset$
 ④ $\{6, 8\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5\} \subset \{1, 2\}$

해설

- ③ $\{\emptyset\} \neq \emptyset$
 ⑤ $\{1, 2, 5\} \not\subset \{1, 2\}$

4. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.

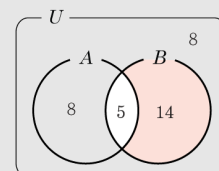
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 14 명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14 명이다.

8. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

9. 집합 $\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

$\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 이므로
집합 X 는 $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2 를 포함하는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 4$ (개)

10. 세 집합 A, B, Y 에 대하여 $Y \cup (A \cap B) = Y$ 일 때,
다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $Y \subset (A \cap B)$

② $(A \cap B) \subset Y$

③ $(A \cup B) \subset Y$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $(A \cap B) \subset Y \subset (A \cup B)$

해설

$Y \cup (A \cap B) = Y$ 이면 $(A \cap B) \subset Y$ 이다.

④ $A \cap B = \emptyset$ 라고 말할 수 없다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중
옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \cap B = B$

② $B \subset A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

12. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본
학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다.
제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해
본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두
못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행
중 한 가지만 해 본 학생 수는?

[배점 4, 중중]

① 20 명

② 21 명

③ 22 명

④ 23 명

⑤ 24 명

해설

$n(U) = 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4$ 이다. $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$,
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 12 - 31 = 9$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 31 - 9 = 22$ 이다.

13. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은
[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ ② $\{4, 16, 64, \dots\}$
 ③ $\{16, 32, 48\}$ ④ $\{4, 8, 16, 32, \dots\}$
 ⑤ $\{16, 32, 48, 64, \dots\}$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16 의 배수로 이루어진 집합이다.

14. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개 인 수이므로 8 이다.
 $\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

15. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19, n(Q \cap R) = 7, n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$n(P \cup (Q \cap R))$
 $= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R)$
 $= 19 + 7 - 3 = 23$

16. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.
 $n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,
 $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
 $\therefore n(A) = 8$

17. 21 과 27 중 어느 것으로 나누어도 5 가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 950

해설

21 과 27 의 최소공배수 : 189

$$189 \times 5 + 5 = 950$$

18. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

19. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

[배점 5, 상하]

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

20. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다. 전체집합 $U = \{x | x \leq 1000, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x | [x, 24] = 8, x \in U\}$ 에 대하여 $n(A^c)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 916

해설

$$24 = 2^3 \times 3, [x, 24] = 8 \text{ 이므로}$$

x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.

따라서 집합 A 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수의 집합이고,

$$\begin{aligned} n(A) &= n(8 \text{의 배수의 집합}) - n(24 \text{의 배수의 집합}) \\ &= 125 - 41 = 84 \\ \therefore n(A^c) &= 1000 - 84 = 916 \end{aligned}$$