

단원 종합 평가

1. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset$
 ② $\{2\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ④ $\{5, 7\}$
 ⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\textcircled{3} \{1, 3, 5\} \not\subset A$$

$$\textcircled{5} \{3, 5, 7\} \subset A$$

2. 세 자연수 5, 6, 7 중 어느 수로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 212

해설

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 구하는 자연수는

$$210 + 2 = 212 \text{ 이다.}$$

3. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 21

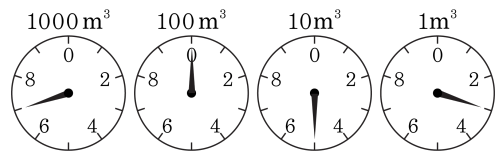
해설

$$686 = 2 \times 7^3$$

$$n = 14, \quad a = 7$$

$$a + n = 7 + 14 = 21$$

4. 다음 그림은 우리 학교의 6 월 수도물 사용량을 나타낸 것이다. 수도물의 사용량을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7053 m³

해설

$$7 \times 1000 + 5 \times 10 + 3 \times 1 = 7053$$

따라서 수도물의 사용량은 7053 m³ 이다.

5. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

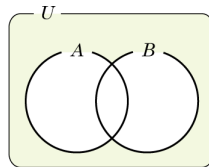
▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

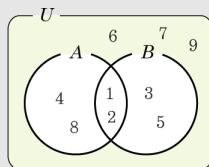
6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{6\}$ ② $\{5, 7\}$ ③ $\{5, 6, 7\}$
 ④ $\{6, 7, 8\}$ ⑤ $\{6, 7, 9\}$

해설



$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{6, 7, 9\}$ 이다.

7. $2^2 \times 5^2 \times a^2$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
 (단, a 는 2, 5 를 제외한 소수이다.) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 27개

해설

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 27(\text{개})$$

8. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 28 ② 56 ③ 112
 ④ 128 ⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
 28 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
 56 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
 112 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ④ $128 = 2^7$ 이므로
 128 의 소인수의 집합은 $\{2\}$
 ⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
 196 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B$, $B \subset A$
 ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
 ③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

10. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x = 2 \times n + 1, n = 0, 1\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
 ⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$B = \{1, 3, 5, 7\}, C = \{1, 3\}$
 따라서 $C \subset B \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

11. $U = \{x \mid 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

12. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
 ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
 ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
 ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
 ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
 ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
 ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

13. 약수의 개수가 24 개이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 개

해설

$24 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2$
 $= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4$
 $= 6 \times 2 \times 2$
 이므로 자연수는 9 개이다.

14. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 로 나타낼 때, $A_k \subset (A_{12} \cap A_{20})$ 인 k 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A_{12} \cap A_{20}$ 는 12 와 20 의 공약수의 집합이므로 k 는 12 와 20 의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12 와 20 의 최대공약수는 4 이므로 따라서 k 의 최댓값은 4 이다.

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $n(U) = 9$, $n(A \cup B) = 9$ 이므로
 $A \cup B = U \dots \text{①}$
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset \dots \text{②}$
 ① 과 ② 에 의하여
 $B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

16. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40, k = 4$ 이고,
 $n(A) = 20, n(B-A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

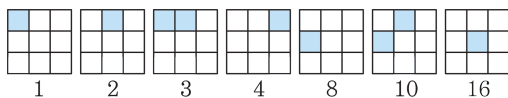
17. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
 [배점 5, 상하]

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
 ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.
 따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.
 ③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

18. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16 을 다음과 같이 나타낼 때,  이 나타내는 수는 무엇인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

$1 = 1_{(2)}, 2 = 10_{(2)}, 3 = 11_{(2)}, \dots$ 이므로

0	0	1
1	0	0
0	0	

$1010100_{(2)}$

$$1010100_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 64 + 16 + 4 = 84$$

19. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 63 명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,

두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,

세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$,

세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,

$n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$ 이므로,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$

,

$n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$

$= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$

$\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$

20. $\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3}$ 를 만족하는 두 자연수 x, y 의 최소공배수가 45 일 때, x, y 의 최대공약수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3} \rightarrow 3 \times (x-9) = 2 \times y$,

x, y 의 최소공배수가 $45 = 3^2 \times 5$,

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 15$, $y = 9$ 이다.

$\therefore (x, y \text{의 최대공약수}) = 3$