

단원 종합 평가

1. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$
 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

2. 다음 중 $11011_{(2)}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 전개식은 $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$ 이다.
 ② 십진법으로 나타내면 25 이다.
 ③ 2^3 의 자리의 숫자는 0 이다.
 ④ 9로 나누어 떨어진다.
 ⑤ 이 수보다 1 작은 수는 $11001_{(2)}$ 이다.

해설

$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 27$
 ① 전개식은 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1$ 이다.
 ② 십진법으로 나타내면 27 이다.
 ③ 2^3 의 자리의 숫자는 1 이다.
 ⑤ 이 수보다 1 작은 수는 $11010_{(2)}$ 이다.

3. 다음 중에서 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $11001_{(2)} = 5^2$
 ② $2^5 = 100000_{(2)}$
 ③ $14 < 1111_{(2)}$
 ④ $1110_{(2)}$ 보다 1 큰 수는 $1111_{(2)}$ 이다.
 ⑤ 짝수를 이진법으로 나타내면 일의 자리 숫자가 1 이다.

해설

- ① $11001_{(2)} = 25 = 5^2$
 ② $2^5 = 1 \times 2^5 = 100000_{(2)}$
 ③ $1111_{(2)} = 15 > 14$
 ④ $1110_{(2)} + 1 = 14 + 1 = 15 = 1111_{(2)}$
 ⑤ $2 = 10_{(2)}$ 이므로 짝수의 일의 자리 숫자는 0 이다.

4. 두 자연수 A 와 64 의 최대공약수는 8 이고, 최소공배수는 320 일 때, 64 와 A 의 차를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$A \times 64 = 8 \times 320, A = 40$
 $\therefore 64 - A = 64 - 40 = 24$

5. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면? [배점 4, 중중]

- ① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
 ④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
 나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

6. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3^2 ② 2×3
 ③ $2^3 \times 5$ ④ $2^2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

7. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② $2^2 \times 3^2$
 ③ $2 \times 3 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 7$
 ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) =$
 $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이다.
 $\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 것은 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9 를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3 개이므로, 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

9. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A = B$ ㉡ $A = C$ ㉢ $B = C$
 ㉣ $B \subset A$ ㉤ $C \subset A$ ㉥ $C \subset B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤
 ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉡ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
 ㉤ $C \subset A$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

10. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 1
 ▷ 정답 : 2
 ▷ 정답 : 4
 ▷ 정답 : 8

해설

a, b 의 공약수는 24 의 약수이므로
 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
 따라서 $a, b, 32$ 의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

11. 서로 다른 세 수 32, 80, a 의 최대공약수가 16 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 16
 ▷ 정답 : 48
 ▷ 정답 : 64
 ▷ 정답 : 96

해설

16) $\begin{array}{r} 32 \ 80 \ a \\ 2 \ 5 \ \square \end{array}$
 세 수를 16 으로 나눈 몫이 각각 2, 5, $\square$ 이고,
 최대공약수는 16 을 만족하여야 한다.
 따라서 a 는 16 의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.
 또한 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수 이므로 2 와 5 는 안된다.)
 a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96 이다.

12. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로
도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?
[배점 5, 중상]

- ① 67 ② 99 ③ 100
④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는
수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

13. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다
음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
㉡ $\{b\} \in S$
㉢ $\{b, c, d\} \in S$
㉣ $c \in S, d \in S$
㉤ $\{c, d\} \subset S$
㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진
집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로
옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$
는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의
원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로
옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고
 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의
부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

14. 집합 $S = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합
 $A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A
의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가

$A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가
질 때,

집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4
이다.

조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에
원소가 되어야 하므로

집합 A 는 $\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의
경우가 가능하다.

15. $2^5 \times 3^2 \times 5^7 \times 7^7$ 을 계산하여 십진법으로 나타낼 때, 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

10 의 거듭제곱이 몇 번 곱해졌는지를 구하면 된다.

$2^5 \times 3^2 \times 5^7 \times 7^7 = 3^2 \times 7^7 \times 5^2 \times 10^5$ 이므로 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수는 5 개이다.

16. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.

$(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.

$(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.

$\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.

$[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.

$[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 7$,

$(b, c) = 21$, $[b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$

$\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

17. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

[배점 5, 상하]

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
 ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
 ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2 \times 3 \times 7 \\ \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

- (1) $B \subset A$
 (2) B 의 원소의 개수는 3 개 이하이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

원소의 개수가 3 이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.

원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1 개인 부분집합 :

$$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{6\}, \{12\}$$

원소가 2 개인 부분집합 :

$$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 6\}, \{1, 12\},$$

$$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 12\}, \{3, 4\},$$

$$\{3, 6\}, \{3, 12\}, \{4, 6\}, \{4, 12\}, \{6, 12\}$$

원소가 3 개인 부분집합 :

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 2, 12\},$$

$$\{1, 3, 4\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 3, 12\}, \{1, 4, 6\},$$

$$\{1, 4, 12\}, \{1, 6, 12\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 6\},$$

$$\{2, 3, 12\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 12\}, \{2, 6, 12\},$$

$$\{3, 4, 6\}, \{3, 4, 12\}, \{3, 6, 12\}, \{4, 6, 12\}$$

19. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고,
 x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때,
 x, y, z 를 각각 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a, y = 8a, z = 10a$ 라 두면,

x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.

$$121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$$

$$\therefore x = 36, y = 96, z = 120$$

20. $\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7
 의 배수였다. 이것을 만족하는 자연수 x 중 가장 작은
 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로,

$\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자
 가 7 의 배수였다는 것은,

$85 + x = 7^2 \times a$ 의 형태가 된다는 뜻이다.

$\therefore x$ 중 가장 작은 수 = 13