

단원 종합 평가

1. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?
[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

2. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$A - B = \{a, c, e\}$$

3. 두 집합 $A = \{b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $\{b, c\}$
- ② $\{a, b, c\}$
- ③ $\{a, c, e\}$
- ④ $\{a, b, f\}$
- ⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설

- ③ $\{b, c\} \not\subset \{a, c, e\}$
- ④ $\{b, c\} \not\subset \{a, b, f\}$

4. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 9
- ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

5. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 12개

해설

12, 24, 36의 공배수는 최소공배수 72의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \dots 36$ 이므로 12 개이다.

6. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ② $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$
- ③ $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ④ $B = \{x|x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 6 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $B = \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$
- ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

7. 강우와 태규는 학교 앞 정류장에서 각각 A 버스와 B 버스를 타고 집에 간다. 오전 7 시에 첫차를 시작으로 A 버스는 12 분 간격으로, B 버스는 18 분 간격으로 출발한다. 강우와 태규는 오전 7 시부터 오후 7 시까지 몇 번 동시에 버스를 탈 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

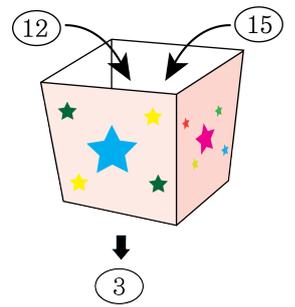
▶ 답:

▶ 정답: 21 번

해설

12와 18의 최소공배수 : 36
오전 7 시부터 오후 7 시까지 : $12 \times 60 = 720$ (분)
720 이하의 36의 배수의 개수 : 20
 $20 + 1 = 21$ (번)

8. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 갑

해설

갑) $\begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 6 \\ 3 \end{array}$ \therefore 최대공약수 : 2^2

을) $\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 20 \\ 0 \end{array}$ \therefore 최대공약수 : 5

병) $\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 8 \\ 8 \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 20 \\ 20 \\ 0 \end{array}$ \therefore 최대공약수 : 2^3

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

9. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 여섯 자리의 이진법으로 나타낸 수}\}$, $B = \{x|x = 4n, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$100000_{(2)} = 32, 111111_{(2)} = 63$ 이므로
 $A = \{x|32 \leq x \leq 63 \text{인 자연수}\}$
 $A \cap B = \{x|32 \leq x \leq 63 \text{인 } 4 \text{의 배수}\}$
 $63 \div 4 = 15.75, 32 \div 4 = 8$ 이므로
 $n(A \cap B) = 15 - 8 + 1 = 8$ 이다.

10. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수를 A_5 , 7의 배수를 A_7 라 할 때,
 $100 = 5 \times 20, 100 = 7 \times 14 + 2$
 $n(A_5) = 20, n(A_7) = 14, n(A_5 \cap A_7) = n(A_{35}) = 2,$
5의 배수이거나 7의 배수인 수의 갯수
 $n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 + 14 - 2 = 32(\text{개}),$
5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 갯수는
 $n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68(\text{개})$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $A - B = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \cap B^c = \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A$

⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

① $B - A = \emptyset$

③ $A \cap B^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A - B$

⑤ $B^c \cup A = U$

12. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는? [배점 4, 중중]

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

13. 이진법으로 나타낸 수 $1ab101_{(2)}$ 을 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$1ab101_{(2)} = 1 \times 2^5 + a \times 2^4 + b \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
따라서 8로 나눈 나머지는 5이다.

14. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 67 ② 99 ③ 100
④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

15. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 40

▷ 정답: 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은수는 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
 $2 \times 5 = 10$
 $2 \times 5 \times 2^2 = 40$
 $2 \times 5 \times 3^2 = 90$
 $\therefore 10, 40, 90$