

# 단원 종합 평가

1.  $2^4 \times \square$  의 약수의 개수가 15 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.  
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$  에 알맞은 가장 작은 자연수는  $3^2 = 9$

$\therefore 9$

2. 어떤 자연수를 3 으로 나누면 1 이 남고, 4 로 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 10    ② 12    ③ 8    ④ 22    ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4 로 나눌 때 2 가 부족한 수이므로 (3 과 4 의 공배수)-2 인 수이다.

3, 4 의 최소공배수가 12 이므로 가장 작은 자연수는  $12 - 2 = 10$  이다.

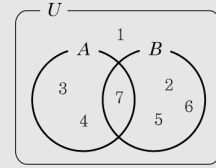
$\therefore 10$

3. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \{3, 4\}$ ,  $B - A = \{2, 5, 6\}$ ,  $(A \cup B)^c = \{1\}$  일 때, 집합  $B$  를 나타낸 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ①  $\{2, 5, 6\}$     ②  $\{2, 5, 6, 7\}$   
③  $\{1, 2, 5\}$     ④  $\{1, 2, 5, 6\}$   
⑤  $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해]  $(A \cup B)^c = \{1\}$  이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  이다.

$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

4. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 의 배수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{ 의 배수}\}$$

에 대하여  $A \subset B$  이고  $A \neq B$  일 때,  $\square$  안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$A$  는  $B$  의 진부분집합이고,

$A = \{12, 24, 36, \dots\}$  이므로

$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{ 의 배수}\}$  의  $\square$  에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.

따라서  $\square$  안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6 이고, 가장 큰 자연수는 6 이다.

5. 전체집합  $U = \{x \mid x \leq 1000 \text{인 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \times 3^2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여  $n(A \cap B)$ 를 구하여라.  
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$2^3 \times 3$ 과  $2 \times 3^2$ 의 최소공배수는  $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$A \cap B$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{과 } 2 \times 3^2 \text{의 공배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{과 } 2 \times 3^2 \text{의 최소공배수의 배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 72 \text{의 배수}\}$

$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$

따라서  $n(A \cap B) = 13$ 이다.

6. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여  $n(A \cap B) = 2$ ,  $B - A = \{3, 7, 9\}$ 일 때, 집합  $B$ 를 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답:  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

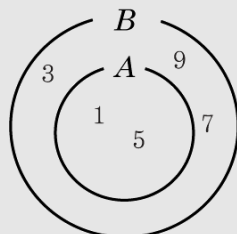
해설

$A = \{1, 5\}$ ,  $n(A \cap B) = 2$ 이므로

$A \cap B = A$

$\therefore A \subset B$

$\therefore B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$



7. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 27 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 32개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는  $2^{13-2-6} = 2^5 = 32$  (개)

8.  $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은?  
[배점 4, 중중]

①  $n(A \cup B) = 5$

②  $n(A \cap B) = 4$

③  $n(A \cap B^c) = 1$

④  $n(B^c - A) = 13$

⑤  $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{1, 2, 4, 8\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\textcircled{1} n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$$

$$\textcircled{2} n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$$

$$\textcircled{3} n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$$

$$\textcircled{4} n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\}) \\ = 14$$

$$\textcircled{5} n(A - B) + n(B - A) \\ = n(\{8\}) - n(\{3, 5\}) \\ = 1 - 2 = -1$$

9. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

$$\textcircled{1} 28 = 2^2 \times 7^2$$

$$\textcircled{2} 140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\textcircled{3} 80 = 2^3 \times 10$$

$$\textcircled{4} 63 = 3^2 \times 7$$

$$\textcircled{5} 200 = 4 \times 10^2$$

해설

$$\textcircled{1} 2^2 \times 7$$

$$\textcircled{2} 2^2 \times 5 \times 7$$

$$\textcircled{3} 2^4 \times 5$$

$$\textcircled{5} 2^3 \times 5^2$$

10. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$\textcircled{㉠}$  9 는 35 의 약수이다.

$\textcircled{㉡}$  1 은 모든 자연수의 배수이다.

$\textcircled{㉢}$  6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

$\textcircled{㉣}$  392 는 4 의 배수이다.

$\textcircled{㉤}$  36 의 약수의 개수는 8 개이다.

[배점 4, 중중]

$\textcircled{1}$   $\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$

$\textcircled{2}$   $\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉢}$

$\textcircled{3}$   $\textcircled{㉡}$ ,  $\textcircled{㉤}$

$\textcircled{4}$   $\textcircled{㉡}$ ,  $\textcircled{㉤}$

$\textcircled{5}$   $\textcircled{㉢}$ ,  $\textcircled{㉣}$

해설

$\textcircled{㉡}$ . 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

$\textcircled{㉣}$ . 392 는 4 의 배수이다.

11. 두 집합  $A = \{a, 5, a + 6\}$ ,  $B = \{x | x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$  에서  $A \cap B = \{1, 7\}$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$1 \in A$  이므로  $a = 1$  또는  $a + 6 = 1$  이다.

(i)  $a = 1$  이면  $A = \{1, 5, 7\}$ ,  $A \cap B = \{1, 7\}$  이다.

$\therefore a = 1$

(ii)  $a + 6 = 1$  즉,  $a = -5$  이면  $A = \{-5, 1, 5\}$ ,  $A \cap B = \{1\}$  이므로 조건에 맞지 않는다.

그러므로  $a = 1$  이다.

12.  $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$  의 두 부분 집합  $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$  에 대하여  $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$  을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$  이므로  
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$   
 $= n((A - B) \cup (B - A))$   
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$  이다.

13. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$  에 대하여  $A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ①  $A \cap B = \{7, 11\}$   
 ②  $A \cap B^c = \{2\}$   
 ③  $A^c \cap B = \{3, 17\}$   
 ④  $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$   
 ⑤  $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$   
 $A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$   
 ②  $A \cap B^c = A - B = \{2\}$   
 ③  $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$   
 ④  $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$   
 ⑤  $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

14. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

[배점 5, 상하]

- ① 최대공약수 :  $2 \times 3$ , 최소공배수 :  $2^2 \times 3^2 \times 7$   
 ② 최대공약수 :  $2 \times 3$ , 최소공배수 :  $2 \times 3 \times 5 \times 7$   
 ③ 최대공약수 :  $2 \times 3 \times 5 \times 7$ , 최소공배수 :  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$   
 ④ 최대공약수 :  $2 \times 3 \times 7$ , 최소공배수 :  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$   
 ⑤ 최대공약수 :  $2 \times 3 \times 7$ , 최소공배수 :  $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2 \times 3 \times 7 \\ \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

15. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 38 개

해설

88, 96, 120의 최대공약수는 8이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.  
 $\therefore$  (필요한 말뚝의 수)  
 $= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$   
 $= 11 + 12 + 15$   
 $= 38(\text{개})$