단원 종합 평가

1. 다음 중 일차부등식은? [정답 2개] [배점 2, 하중]

① $2x+1<3x$

② $x(x+2)<x$

③ $x(x-3)<x^2+2$

④ $2x(x-1)<3x+2$

⑤ $2(x+1)<2x+5$

해설

부등식의 모든 항을 좌변으로 이항후 정리했을 때 (일차식)>0, (일차식)<0, (일차식) ≤ 0, (일차식) ≥ 0 꼴이면 된다.

① $2x+1<3x,\ -x+1<0$

③ $x(x-3)<x^2+2,\ x^2-3x-x^2-2<0,$ $-3x-2<0$

2. 연립부등식 $4x-3<2x+5<3x+8$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$4x-3<2x+5<3x+8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x-3<2x+5 \\ 2x+5<3x+8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x<8 \\ -x<3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>-3 \end{cases}$$

$\therefore\ -3<x<4$

가장 큰 정수는 3 이다.

3. 두 부등식 $x+3<4$ 와 $5x-8\ge 17$ 의 해집합을 각각 A, B 라 할 때, $A\cap B^c$ 을 구하면? [배점 2, 하중]

① $\{x \mid x<1\}$ ② $\{x \mid x>5\}$

③ $\{x \mid 1<x\le 5\}$ ④ $\{x \mid 1\le x<5\}$

⑤ 해가 없다.

해설

$A=\{x \mid x+3<4\}=\{x \mid x<1\}$

$B=\{x \mid 5x-8\ge 17\}=\{x \mid x\ge 5\}$

B^c 은 $\{x \mid x<5\}$ 이므로

$A\cap B^c=\{x \mid x<1\}$

4. 부등식 $4-x\le 3x-4<2x+2$ 를 풀면? [배점 2, 하중]

① $x\le 2$ ② $x\ge 2$ ③ $2\le x<6$

④ $x\le 6$ ⑤ $x\ge 6$

해설

$$4-x\le 3x-4<2x+2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4-x\le 3x-4 \\ 3x-4<2x+2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x-3x\le -4-4 \\ 3x-2x<2+4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x\le -8 \\ x<6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x<6 \end{cases}$$

$\therefore\ 2\le x<6$

5. 5%의 설탕물 200 g에 최소 몇 g의 물을 넣으면 설탕물의 농도가 4% 이하가 되겠는가? [배점 3, 하상]

① 20 g ② 40 g ③ 50 g
④ 60 g ⑤ 80 g

해설

넣어야 할 물의 양을 x g이라 하면
$\frac{5}{100} \times 200 \le \frac{4}{100} \times (200+x)$
$1000 \le 800 + 4x$
$\therefore\ x \ge 50$

6. 다음 중 부등식인 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $0 < 2$
㉡ $x - 3$
㉢ $x - 1 < 5$
㉣ $5x - 4 = 3$
㉤ $(3a-1) + 2 < 5$

[배점 3, 하상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5

해설

㉠ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.
㉢ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.
㉤ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.
따라서 ㉠, ㉢, ㉤의 3개이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 10 - 2x \ge 3x \\ x - a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a의 값의 범위는? [배점 3, 하상]

① $a > 2$ ② $a \le 2$ ③ $a \ge 5$
④ $a \le 5$ ⑤ $2 < a < 5$

해설

$\begin{cases} 10 - 2x \ge 3x & \rightarrow\ 2 \ge x \\ x - a > -3 & \rightarrow\ x > a - 3 \end{cases}$
$a - 3 \ge 2$
$\therefore\ a \ge 5$

8. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?
$\begin{cases} 3(4x-3) > 2(x+3) \\ 5(x+9) - 5 < 15(x-4) \end{cases}$ [배점 3, 하상]

① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x-3) > 2(x+3)$
$\Rightarrow\ 12x - 9 > 2x + 6$
$\Rightarrow\ x > \frac{3}{2}$
ii) $5(x+9) - 5 > 15(x-4)$
$\Rightarrow\ x + 9 - 1 > 3x - 12$
$\Rightarrow\ x < 10$
$\therefore\ \frac{3}{2} < x < 10$
$a = \frac{3}{2}$, $b = 10$ 이므로 $b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

9. x에 관한 연립부등식 $-1 \le -\frac{1}{2}x - a \le 3$의 해가 $-2 \le x \le 6$일 때, a의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ −3 ⑤ −2

해설

(i) $-1 \le -\frac{1}{2}x - a,\ x \le -2a + 2$

(ii) $-\frac{1}{2}x - a \le 3,\ x \ge -2a - 6$

$-2a - 6 \le x \le -2a + 2$와 $-2 \le x \le 6$이 같으므로

$-2a - 6 = -2,\ a = -2$

$-2a + 2 = 6,\ a = -2$

$\therefore\ a = -2$

10. 6%의 설탕물 200 g이 있다. 여기에 설탕을 넣어서 농도가 20% 이상의 설탕물을 만들려고 한다. 이 때, 설탕은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가? [배점 3, 중하]

① 25 g ② 30 g ③ 35 g

④ 40 g ⑤ 45 g

해설

넣어야 할 설탕의 양을 x g이라 하면

$\frac{6}{100} \times 200 + x \ge \frac{20}{100}(200 + x)$

$1200 + 100x \ge 4000 + 20x$

$80x \ge 2800$

$\therefore x \ge 35$

11. 관식이는 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 300 g 이하

해설

5% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{5}{100} \times 200 = 10(\text{g})$ 이다.

10% 의 소금물 x g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}(\text{g})$ 이다.

5% 의 소금물 200g 과 10% 의 소금물 xg 이 섞여 8% 의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은 $\frac{8}{100} \times (200 + x)(\text{g})$ 이다.

$10 + \frac{x}{10} \le \frac{8 \times (200 + x)}{100}$

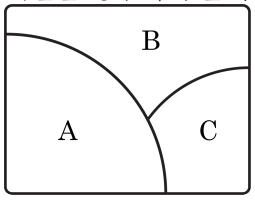
$1000 + 10x \le 1600 + 8x$

$2x \le 600$

$x \le 300$

10% 의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.

12. 다음 그림과 같은 A, B, C 의 3 개의 부분에 빨강, 파랑, 초록, 노랑의 4 가지 색을 오직 한 번씩만 사용하여 색칠할 경우의 수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 24 가지

해설

4 가지 색 중에 3 가지를 골라 A − B − C 순서로 나열하는 것 과 마찬가지 이므로

$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{가지})$

13. 연속하는 두 홀수 중 큰 수의 3 배에서 6 을 더한 수는 작은 수의 5 배 이상이라고 할 때, 두 수의 합의 최댓값을 구하면? [배점 3, 중하]

① 15 ② 14 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

연속하는 두 홀수를 x, $x+2$ 라 하자.

$$3(x+2)+6 \geq 5x$$

$x \leq 6$

두 홀수의 합이 최댓값이 되려면 $x=5$ 가 되어야 하므로 $5+7=12$ 이다.

14. 다음은 연립부등식 $-6 \leq 3x-4 < 9$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다. 다음 중 풀이 과정이 틀린 친구는 누구인지 찾아라.

<우주>

$-6 \leq 3x-4 < 9$ 를 나누어 풀면

(i) $-6 \leq 3x-4$

$-3x \leq -4+6$

$-3x \leq 2$

$x \geq -\frac{2}{3}$

(ii) $3x-4 < 9$

$3x < 9+4$

$3x < 13$

$x < \frac{13}{3}$

...

<명수>

$-6 \leq 3x-4 < 9$ 를 각 변에 4 를 더하면 $-2 \leq 3x < 13$ 이다.

그리고 각 변에 3 을 나누면 $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{13}{3}$ 이다.

...

<유나>

$-6 \leq 3x-4 < 9$ 를 각 변에 3 을 나누면 $-2 \leq x-4 < 3$ 이다. 그리고 각 변에 4을 더하면 $2 \leq x < 7$ 이다. ...

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 유나

해설

<우주>와 <명수>의 풀이방법은 옳다.
<유나>의 풀이방법 중
$-6 \le 3x-4 < 9$ 를
각 변에서 3을 나누면 (⇒ 각 변에 4 를 더한 후 3으로 나누어주어야 한다.)
$-2 \le x-4 < 3$ 이다.
그리고 각 변에 4을 더하면 $2 \le x < 7$ 이다.
이 부등식의 해를 구해보면
$-6 \le 3x-4 < 9$
$-6+4 \le 3x < 9+4$
$-2 \le 3x < 13$
$-\frac{2}{3} \le x < \frac{13}{3}$
이 된다.

15. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

[배점 3, 중하]

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.
문제의 조건을 따르면, $\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}$, 또는 $126 < 3x < 134$ 로 표현할 수 있다.
따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.
이는 $42 < x < 44.666\cdots$ 이다.
x 는 짝수이므로 44 이다.

16. 연립부등식 $\begin{cases} 15x-4 < 6x+5 \\ 2x+a \le 3x-2 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 정수의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

[배점 3, 중하]

① $-5 \le a < -4$ ② $-5 < a \le -4$
③ $-2 \le a < -1$ ④ $-2 < a \le -1$
⑤ $-1 \le a < 0$

해설

$15x-4 < 6x+5$, $x < 1$
$2x+a \le 3x-2$, $x \ge a+2$
연립부등식의 해는 $a+2 \le x < 1$ 이고 만족하는 정수가 3개이기 위해서

$$-3 < a+2 \le -2$$

$\therefore \ -5 < a \le -4$

17. $x=3$ 이 해가 될 수 있는 부등식을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $-2x+1 > 3x-1$ ② $-x+1 < 2x-3$
③ $-x > x+4$ ④ $\frac{4}{3}x-2 \le x-1$
⑤ $3(x-1) \le 5$

해설

② $-x+1 < 2x-3$ 에서
$x=3$ 이면 $-3+1 < 2\times 3-3$ (참)
④ $\frac{4}{3}x-2 \le x-1$ 에서
$x=3$ 이면 $\frac{4}{3}\times 3-2 \le 3-1$ (참)

18. 540 g의 끓는 물에 각설탕 10 개를 넣었더니 농도가 10%의 설탕물이 되었다. 농도를 20% 이상으로 하기 위해 추가로 최소한 각설탕 몇 개를 더 넣으면 되겠는가? [배점 4, 중중]

① 10 개 ② 12 개 ③ 13 개
④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

각설탕 한 개의 무게를 x(g)이라 하면
$\frac{10}{100}(540+10x)=10x$
$540+10x=x$
$9x=540$
$\therefore\ x=6$(g)
따라서 추가하는 각설탕의 개수를 y 개라 하고 식을 세우면
$\frac{10}{100}\times 600+6y\geq\frac{20}{100}(600+6y)$
양변에 100을 곱하면
$6000+600y\geq 12000+120y$
$480y\geq 6000$
$4y\geq 50$
$\therefore\ y\geq 12.5$

19. 역에서 기차를 기다리는 데 40 분의 여유가 있어서 책을 사오려고 한다. 시속 3 km로 걸어가서 10 분동안 책을 사고, 시속 4 km로 돌아온다면 역에서 몇 km이내의 서점까지 갔다 올 수 있는가? [배점 4, 중중]

① $\frac{4}{3}$ km ② $\frac{5}{4}$ km ③ $\frac{4}{5}$ km
④ $\frac{6}{7}$ km ⑤ $\frac{7}{8}$ km

해설

역에서 서점까지의 거리를 x km라고 하면
$\frac{x}{3}+\frac{10}{60}+\frac{x}{4}\leq\frac{40}{60}$
$\frac{x}{3}+\frac{1}{6}+\frac{x}{4}\leq\frac{4}{6}$
$4x+2+3x\leq 8$
$7x\leq 6$
$\therefore\ x\leq\frac{6}{7}$
따라서, 역에서 $\frac{6}{7}$ km이내의 서점까지 갔다 올 수 있다.

20. 다음 중 부등식인 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $5x-9\leq 10$ ② $3(4a-3)$
③ $(6a-1)2\geq 0$ ④ $(4x+5)2\neq 2$
⑤ $x-2=4$

해설

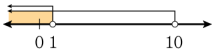
① 부등호 $\leq$ 를 사용한 부등식이다.
③ 부등호 $\geq$ 를 사용한 부등식이다.

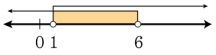
21. 다음 연립부등식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

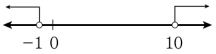
$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{4} < \dfrac{1}{2}x - \dfrac{x+1}{3} \\ 0.2x + 1 < 3 \end{cases}$$

[배점 4, 중중]

①

② 

③ 

④ 

⑤

해설

i) $\dfrac{x-1}{4} < \dfrac{1}{2}x - \dfrac{x+1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$3(x-1) > 6x - 4(x+1)$

$3x - 3 > 6x - 4x - 4$

$x > -1$

ii) $0.2x + 1 < 3$ 의 양변에 10 을 곱하면

$2x + 10 < 30$

$x < 10$

$\therefore -1 < x < 10$

22. 연립부등식 $\begin{cases} 1.2x - 2 \le 0.8x + 3.2 \\ 3 - \dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2} \\ 0.\dot{9}x \le 6 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -9 ② -5 ③ -2 ④ 2 ⑤ 9

해설

i) $1.2x - 2 \le 0.8x + 3.2$ 의 양변에 10 을 곱하면

$0.4x \le 5.2, \quad x \le 13$

ii) $3 - \dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면

$12 - (x-2) < 2(2x-3), \quad x > 4$

iii) $0.\dot{9}x \le 6 \ \dfrac{9}{9}x \le 6 \ x \le 6$

$\therefore \ 4 < x \le 6$

23. 세 집합 $A = \{x \mid 3x - 8 < -(2x+1)\}$, $B = \left\{x \,\middle|\, \dfrac{x+3}{4} \le \dfrac{x-1}{2}\right\}$, $C = \{x \mid 0.6(1-2x) \le 0.3x + 1.2, \ x\text{는 정수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B \cap C)$ 는?

[배점 5, 중상]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$A = \{x \mid 3x - 8 < -(2x+1)\}$

$\therefore \ x < 1.4$

$B = \left\{x \,\middle|\, \dfrac{x+3}{4} \le \dfrac{x-1}{2}\right\}$

$\therefore \ 5 \le x$

$C = \{x \mid 0.6(1-2x) \le 0.3x + 1.2, \ x\text{는 정수}\}$

$\therefore \ -0.4 \le x$

따라서 $A \cap B \cap C = \varnothing$ 이므로 $n(A \cap B \cap C) = 0$

24. 다음 세 부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

$\dfrac{2x+4}{3} \ge \dfrac{x-2}{2} - x$

$0.3(2x-3) \le 0.2(x+6) + 0.3$

$1.2x - \dfrac{1}{2} < 0.8x + \dfrac{3}{5}$ [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면
$2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$ $4x+8 \geq 3x-6-6x$
$x \geq -2$
$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면
$3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$
$6x-9 \leq 2x+12+3$
$x \leq 6$
$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면
$12x-5 < 8x+6$
$4x < 11$
$x < \frac{11}{4}$
연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이다. 따라서 만족하는 자연수는 $1, 2$ 의 2 개다.

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면 $2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$,
$4x+8 \geq 3x-6-6x$,
$x \geq -2$
$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면 $3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$,
$6x-9 \leq 2x+12+3$,
$x \leq 6$
$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면
$12x-5 < 8x+6$,
$4x < 11$,
$x < \frac{11}{4}$
연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 $1, 2$ 의 2 개이다.

25. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개