

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값은? [배점 2, 하중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면,
 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = B$ 이다. 따라서 $a = 2$ 이다.

2. 다음 수 중에서 가장 큰 수는? [배점 2, 하중]

① 2^4 ② $10001_{(2)}$
 ③ 4^2 ④ $10110_{(2)}$
 ⑤ $2 \times 10 + 3$

해설

① $2^4 = 16$
 ② $10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1 = 17$
 ③ $4^2 = 16$
 ④ $10110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 16 + 4 + 2 = 22$
 ⑤ $2 \times 10 + 3 = 23$

3. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \quad (\text{개})$$

[배점 2, 하중]

① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8
 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

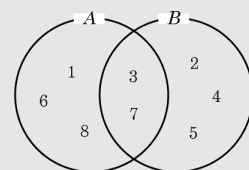
50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
 또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이므로 $c = 6$ 이다.
 따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 3, 4, 5, 7\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

① $\{2, 3, 4, 7\}$ ② $\{2, 3, 6, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 6, 7\}$ ④ $\{1, 3, 6, 7, 8\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합 $A = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ 이다.

5. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$
③ $2^4 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^4 \times 3 \times 5$
⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

6. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방향으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?
[배점 3, 하상]

- ① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분
③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시
⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발한다.

7. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
③ $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 5$
⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$\therefore 2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수: $2^2 \times 5$

8. 어느 학급 학생 50 명 중 동물을 좋아하는 학생은 24 명, 식물을 좋아하는 학생은 27 명, 동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은 39 명이라고 한다. 이 때, 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 명

해설

동물을 좋아하는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 24$
식물을 좋아하는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
동물과 식물 중 한 가지만 좋아하는 학생은
 $n((A - B) + (B - A)) = 39$
동물과 식물을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 24 + 27 - 6 = 45$
 $\therefore (A \cup B)^c = 50 - 45 = 5$
따라서 동물과 식물을 모두 싫어하는 학생은 모두 5 명이다.

9. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

10. $101101_{(2)}$ 에서 앞의 밑줄 친 1 이 나타내는 값은 뒤의 밑줄 친 1 이 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 배

해설

이진법의 수는 자리가 하나씩 올라감에 따라 자리의 값이 2 배씩 커진다.

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & & & & \\ \times 2 & \times 2 & \times 2 & & & \end{array}$$

따라서 앞 수는 뒤 수의 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (배) 이다.

11. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

12. 집합 $A = \{5, 8, 12, 15, 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 5 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17 로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

13. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 90 개 ② 450 개 ③ 545 개
 ④ 675 개 ⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.
 필요한 벽돌의 개수는
 $(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

14. $A = \{x \mid x \text{는 } 49 \text{의 소인수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 42 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 7\}$ ② $\{2, 3, 7^2\}$
 ③ $\{7^2, 21\}$ ④ $\{2, 7, 21\}$
 ⑤ $\{6, 7\}$

해설

$49 = 7^2$ 이므로 49 의 소인수는 7, 따라서 $A = \{7\}$
 $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로 42 의 소인수는 2, 3, 7 이다.
 따라서 $B = \{2, 3, 7\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 3, 7\}$

15. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 원소 c 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$$n(X) = 2^3 = 8 (\text{개})$$