

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 8 과 27 는 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

2. 256380 을 십진법의 전개식으로 나타낼 때, 6 이 실제로 나타내는 값은? [배점 3, 하상]

- ① 60 ② 600 ③ 6000
- ④ 60000 ⑤ 600000

해설

$256380 = 2 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 8 \times 10$
따라서 6 이 실제로 나타내는 값은 $6 \times 10^3 = 6000$ 이다.

3. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?

승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요. 이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.

(그 날 저녁)

친구들 : 안녕하세요.

엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?

승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5명

해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명)이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10 = 2$ (명)이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7-2 = 5$ (명)이다.

4. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수)이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
 최대공약수는 12 이다.

해설

$\{3, 9\} \cup X = X, \{1, 7\} \cap X = \{7\}$ 이므로
 $\{3, 9\} \subset X, 7 \in X$ 이다. 따라서 $\{3, 7, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $5^2 = 25$
 ㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$
 ㉢ $2^4 = 4^3$
 ㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$
 ㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉢ $2^4 \neq 4^3$
 ㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

6. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 7, 9\}, B = \{3, 9\}$ 에 대하여
 $B \cup X = X, (A - B) \cap X = \{7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
 (단, X 는 U 의 부분집합이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

7. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}, B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$
 $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로
 (i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로
 $B = \{1, 3, 5, 7\}$ $A \cap B = \{5\}$ (×)
 (ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로
 $B = \{3, 5, 7, 9\}$ $A \cap B = \{5, 9\}$ (○)
 $\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

8. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?
 [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
 ③ $\{1, 2, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 5\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{4\}$ 이다.

따라서 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 이다.

9. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{3, 4, 7\}$ 일 때,
 $(A \cup B) \cap C^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① {1}
- ② {1, 2}
- ③ {1, 6}
- ④ {1, 2, 6}
- ⑤ {1, 2, 5, 6}

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \text{ 이므로}$$

$$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2, 5, 6\} \text{ 이다.}$$

10. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 의 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이들 저울추로 21g 의 무게를 측정하려면 저울추는 모두 몇 개가 필요한지 구하여라. [배점 4, 중증]

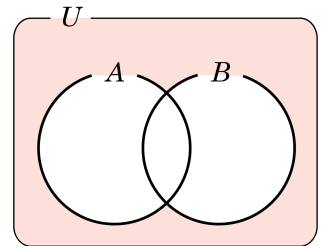
▶ 답:

▶ 정답 : 3 개

해설

21 을 이진법으로 나타내면 $10101_{(2)}$ 이다.
 $10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 1$
 이므로 1g, 4g, 16g 의 추가 사용된다.

11. 다음 벤 다이어그램에서
 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$,
 $n(B) = 24$, $n(A \cap B) =$
 8 일 때, 색칠한 부분에
 해당하는 집합의 원소의
 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.

따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체 집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.

$$n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33 \circ] \text{므로 } n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12 \circ] \text{다.}$$

12. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 8cm, 18cm, 6cm인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가? [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답 : 432 개

해설

8, 18, 6 의 최소공배수는 72 이므로
(필요한 벽돌의 수)

$$= (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6)$$

$$= 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개})$$

13. $n = 3p^2q$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 3$ 인 소수)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$p \neq q \neq 3$ 인 소수이므로, n 을 소인수분해하면 $n = 3p^2q = 3 \times p^2 \times q$ 이다.
따라서 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

15. 차가 8 인 두 수의 최대공약수가 4 , 최소공배수가 60 일 때 두 수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

두 수를 $4 \times a, 4 \times b$ 라 두면,
 $4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$,
 $4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 20, 12 이다.
 $\therefore$ (두 수의 합) = 32

14. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$