

단원 종합 평가

1. 어느 반 학생 35명 중 피자를 좋아하는 학생이 19명, 떡볶이를 좋아하는 학생이 21명, 피자와 떡볶이 모두를 싫어하는 학생이 3명일 때, 둘 다 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8명

해설

전체 반 학생들의 집합을 U , 피자를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 떡볶이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 3 = 32$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 19 + 21 - 32 = 8$$

2. 무게가 1g, 2g, 2^2 g, 2^3 g, ..., 2^{10} g 인 추가 있다. 추를 가능한 한 적게 사용하여 무게가 480g 인 물건을 측정할 때, 다음 중 필요하지 않은 추는 어느 것인가? [배점 3, 중하]

- ① 2^4 g ② 2^5 g ③ 2^6 g
 ④ 2^7 g ⑤ 2^8 g

해설

$$480 = 111100000_{(2)} \\ = 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5$$

3. 다음과 같이 4개의 전구에 전기를 작동시켜 켜진 불빛으로 신호를 보내고자 한다. 몇 가지 종류의 신호를 보낼 수 있는가? (단, 불이 다 꺼진 불빛은 신호에서 제외한다.)



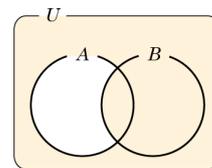
[배점 3, 중하]

- ① 15 가지 ② 14 가지 ③ 13 가지
 ④ 12 가지 ⑤ 10 가지

해설

각각의 전구가 나타낼 수 있는 신호는 2 가지씩이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 15$ (가지)
 (단, 다 꺼진 경우는 제외)

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?

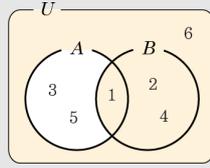


[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4\}$ ② $\{1, 2, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 6\}$ ④ $\{1, 2, 4, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다.

5. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 2 를 반드시 포함하고 n 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 16 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$2^{(1, 2, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-3} = 16 = 2^4 \therefore n = 7$$

6. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12명

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$$

$$n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로 } 37 = 26 + 23 - n(A \cap B) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A \cap B) = 12 \text{ 이다.}$$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, g, i\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

$$A^c \cup B^c = \{a, b, c, f, g, h, i\}$$

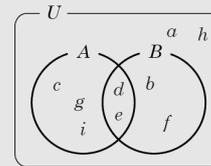
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$A = \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\}$$

$$\therefore n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$$

8. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수는?

$$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$$

$$A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 2, 5를 포함하고, 원소 3, 4는 포함하지 않는다.
 $A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 1을 포함한다.
 $\therefore A = \{1, 3, 4\}$
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?(정답 2개)

[배점 5, 중상]

- ① $B - A = \emptyset$
 ② $A \cap B^c = A$
 ③ $A^c \subset B^c$
 ④ $(A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) = \emptyset$
 ⑤ $U^c \subset \emptyset$

해설

- ① $B - A = \emptyset$
 ② $A \cap B^c = \emptyset$
 ③ $B^c \subset A^c$

10. 여섯 자리의 수 $3124\boxed{}8$ 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▷ 정답: 0
 ▷ 정답: 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408, 312468 이다.

11. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

12. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

13. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$$P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} \\ = \{4, 7, 10, 13, 16\}$$

$$A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$$

$A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

14. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9 \times 10$ 을 십진법으로 나타낼 때, 끝자리에 연속한 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

십진법으로 나타낼 때 끝자리에서 계속되는 0 의 개수는 10 의 거듭제곱과 관계가 있다. 즉, 10 의 배수가 아닌 자연수 a 에 대하여 $N = a \times 10^n$ 일 때, N 의 끝자리에서 계속되는 0 은 n 개이다.

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9 \times 10 \\ = 1 \times 2 \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (2 \times 5) \\ = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ = 3^4 \times 7 \times (2^8 \times 5^2) \\ = 3^4 \times 7 \times 2^6 \times (2^2 \times 5^2) \\ = 3^4 \times 7 \times 2^6 \times 10^2$$

따라서 끝자리에서 연속되는 0 은 2 개이다.

15. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{4, 8, 12, 16\}$ 에 대하여 $A * B = A - (A \cap B)$ 라 할 때, $B * (A * B)$ 의 집합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{4, 8, 12, 16\}$

해설

$$A \cap B = \{4, 8\}$$

$$A * B = \{2, 6\}$$

$$B \cap (A * B) = \emptyset$$

$$B * (A * B) = B = \{4, 8, 12, 16\}$$