

단원 종합 평가

1. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: \emptyset

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

2. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로 a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.

24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9\text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 2(3, 7를 뺀 원소의 개수) = $2^{4-2} = 2^2 = 4$

4. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{a, c\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

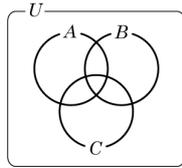
④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9\text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

- ① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$
- ② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.
- ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$
- ⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

6. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① A ② B ③ C
- ④ \emptyset ⑤ $A - B$

해설

$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로 $A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분 집합

$A = \{x|x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\},$

$B = \{x|x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\},$

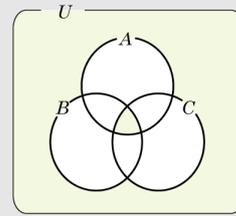
$C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \Delta B) \cap (A \Delta C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$
 $\therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 21 = 22$

8. 주영이는 6일에 한 번씩 수영장에 가고 선화는 4일에 한 번씩 수영장에 간다고 한다. 두 사람이 올해 1월 12일에 수영장에서 처음 만났다면 올해 몇 번 더 만날 수 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 29번

해설

6과 4의 최소공배수가 12 이므로 12일마다 수영장장에서 만나게 된다.

$$365 \div 12 = 30 \cdots 5$$

1년에 30번 만나게 되므로 앞으로 29번 더 만날 수 있다.

9. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 21

▷ 정답: 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로 189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다. 그러므로 9, 21, 63

10. 두 집합

$A = \{x|x \text{를 삼진법으로 나타내었을 때 세 자리 수가 되는 십진수}\}$,

$B = \{x|x \text{를 오진법으로 나타내었을 때 두 자리 수가 되는 십진수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

삼진법의 세 자리 수는 $100_{(3)}$ 부터 $222_{(3)}$ 까지이고, 십진수로는 9 부터 26 까지이다.

$$\rightarrow A = \{9, 10, 11, \dots, 26\}$$

오진법의 두 자리 수는 $10_{(5)}$ 부터 $44_{(5)}$ 까지이고, 십진수로는 5 부터 24 까지이다.

$$\rightarrow B = \{5, 6, 7, \dots, 24\}$$

$$A \cap B = \{9, 10, 11, \dots, 24\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 16$$

11. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.

(2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.

(3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.

(2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.

(3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

$15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.

$$\therefore n \text{ 중 가장 작은 수} = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$$

12. 15g 짜리 추가 땅에 떨어지면서 네 조각이 났다. 이 네 조각으로 양팔저울의 양쪽 접시를 모두 이용하여 1g에서 15g 까지 1g 씩 빠짐없이 무게를 잴 수 있다고 한다. 이 때, 이 네 조각의 무게는 각각 얼마인가?

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1g

▷ 정답: 2g

▷ 정답: 4g

▷ 정답: 8g

해설

2진법에서 1과 0으로 모든 수를 표현할 수 있다. 추가 있다와 없음을 이용하여 15g을 모두 표현할 수 있기 때문에 네 조각의 무게는 이진법의 자릿값을 생각할 수 있다.

이진법의 자릿값은 $1, 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, \dots$ 이고, $1+2+4+8 = 15$ 이므로 조각난 네 조각의 무게는 각각 1g, 2g, 4g, 8g 이다.

13. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

[배점 5, 상하]

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

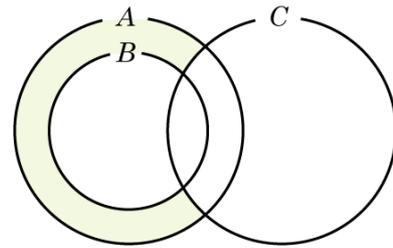
2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	2	2^2	2^3	2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

14. 집합 $A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\}$, $B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\}$, $C = \{x | \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

그림에 색칠된 부분은 $A - B - C$ 인 것을 알 수 있다.

$A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$,

$B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9\}$,

$C = \{x | \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\} = \{7, 17, 27, 37, 47, \dots\}$,

따라서 $(A - B) - C = \{1, 11, 13, 15, 19\}$ 이고 원소의 개수는 5개이다.

15. 자연수 n 에 대하여 $n!$ 은 n 이하의 모든 자연수의 곱이고, $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수라고 정의한다. 이 때, $\frac{S(16!)}{S(15!)}$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$16! = 15! \times 16 = 15 \times 2^4,$$

$S(16!)$ 는 $S(15!)$ 보다 2 의 인수가 4 크다.

$$S(15!) \text{ 의 } 2 \text{ 의 인수} \rightarrow 2^{11},$$

$$S(16!) \text{ 의 } 2 \text{ 의 인수} \rightarrow 2^{15}$$

$$\therefore \frac{S(16!)}{S(15!)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$