

실력 확인 문제

1. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: -16

해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x-4)^2 + 16 + m$$

$$\therefore 16 + m = 0 \quad \therefore m = -16$$

2. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = 2(x-1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$$

$$\therefore m = -4, n = 7, m + n = -4 + 7 = 3$$

3. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다

4. 이차함수 $y = -x^2 + 12x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

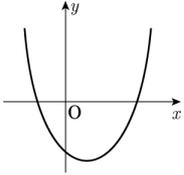
그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 12x + m = -(x-6)^2 + 36 + m$$

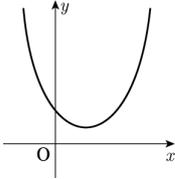
$$\therefore 36 + m = 0 \quad \therefore m = -36$$

5. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?
[배점 3, 하상]

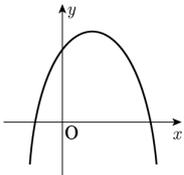
①



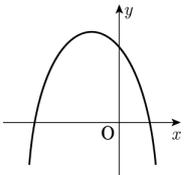
②



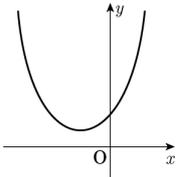
③



④



⑤



해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점이 $(2, 3)$ 으로 제1 사분면에 위치한다.

6. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0), (4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?
[배점 3, 하상]

① $y = -x^2 - 2$

② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$$y = -(x - 2)(x - 4) = -x^2 + 6x - 8$$

7. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 점 $(2, -8)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 2 + m$$

$(2, -8)$ 을 대입하면

$$-8 = -2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 + m$$

$\therefore m = 4$ 이다.

8. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 (0, 2) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 (1, 5) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 (1, 2) 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 (-1, 3) 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 (2, 4) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 (1, 3) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

9. 다음 이차함수 중에서 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은? [배점 3, 중하]

① $y = x^2 - x - 2$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = (x+3)^2 + 2$

④ $y = -3(x+1)^2$

⑤ $y = -3(x-1)^2 - 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $b^2 - 4ac > 0$ 인 것

10. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 31$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$y = 3x^2 - 18x + 31 = 3(x - 3)^2 + 4$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 3 - p)^2 + 4 + q$$

두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 대입하면

$$14 = 3(4 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 24p + q = -38 \cdots \textcircled{1}$$

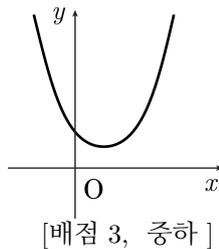
$$5 = 3(1 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 6p + q = -2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $p = 2, q = -2$

$\therefore p + q = 2 - 2 = 0$

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
 ② $a > 0, b > 0, c < 0$
 ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
 ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
 ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호
 이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

12. 이차함수 $y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라. (단, $a > 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.
 x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면 되므로
 $4 + 2 = 6$

13. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \therefore k < 2$$

14. $(-3, 0)$, $(-1, 0)$ 을 지나는 포물선이 점 $(0, 6)$ 을
지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

[배점 4, 중중]

- ① $(-2, 2)$ ② $(-2, -2)$ ③ $(2, 2)$
 ④ $(2, -2)$ ⑤ $(-3, -1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(-1, 0)$ 이므로
 $y = a(x+3)(x+1)$ 이다. y 절편이 6 이므로
 $6 = a(0+3)(0+1) \quad \therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x+3)(x+1)$
 $= 2(x^2 + 4x + 3)$
 $= 2(x+2)^2 - 2$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$ 이다.

15. 다음 중 x 축과의 교점이 $(-2, 0)$, $(2, 0)$ 이고 한 점
 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선의 식은?

[배점 4, 중중]

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ ② $y = 3x^2 - 3x - 6$
 ③ $y = -x^2 + 6x - 8$ ④ $y = x^2 + 6x - 8$
 ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

해설

$y = a(x+2)(x-2)$ 이고, $(0, -2)$ 를 지난다.
 $-2 = -4a$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$
 $\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2$