단원테스트 1차

1. 세 집합 $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1,\ n$은 자연수$\}$, $B = \{x \mid x$는 20미만의 소수$\}$, $C = \{x \mid x$는 18의 약수$\}$ 에 대하여 $B \cup (C \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 87

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1, \cdots\} = \{1, 3, 5, \cdots\}$ 즉 홀수의 집합과 일치한다.
$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이다.
먼저 C 와 A 의 교집합을 구하면 $\{1, 3, 9\}$ 이다.
$B \cup (C \cap A) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$
따라서 모든 원소의 합을 구하면 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 17 + 19 = 87$

2. 세 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3, \cdots,\ 7\}$, $B = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$, $C = \{x \mid x = 2 \times n + 1, n = 0,\ 1\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $C = \{1,\ 3\}$
따라서 $C \subset B \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

3. 두 집합 $A = \{0,\ 1,\ \{\varnothing\},\ \{0,\ 1,\ \varnothing\}\}$, $B = \{a,\ b,\ \{a,\ b,\ c\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
$n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

4. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A = B$ ㉡ $A = C$ ㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$ ㉤ $C \subset A$ ㉥ $C \subset B$

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡ $A = C$ 면 $A \subset C$, $C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

5. 두 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2\}$, $B = \{1,\ 2\}$ 에 대하여 $C = \{x + y \mid x \in A,\ y \in B\}$ 로 정의한다. 집합 C 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

y \ x	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

표에 의하여 $C = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 이므로 집합 C 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개) 이다.

6. 집합 $A = \{x \mid x$는 4의 약수$\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4\}$
$X : \varnothing,\ \{1\},\ \{2\},\ \{4\},\ \{1,\ 2\},\ \{1,\ 4\},$
$\{2,\ 4\},\ \{1,\ 2,\ 4\}$
집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4 가 각각 4 번씩 더해지므로 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

7. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 6, 9, 12\}$, $A \cap B = \{6, 9, 12\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 5, 중상]

① $\{6, 8, 9, 12\}$ ② $\{6, 8, 9, 10, 12\}$
③ $\{5, 6, 8, 12\}$ ④ $\{1, 5, 6, 9\}$
⑤ $\{6, 9, 12\}$

해설

$\{6, 9, 12\} \subset B \subset \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이므로 집합 B 는 원소 6, 9, 12 은 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 ③, ④ 은 B 가 될 수 없다.

8. 집합 $A = \{x \mid x = 10 \times a + 2,\ a = 1,\ 3,\ 5, 7,\ 9\}$ 에 대해서, 원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

① 24 개 ② 26 개 ③ 28 개
④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

$A = \{12,\ 32,\ 52,\ 72,\ 92\}$
원소 52 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{5-1} = 16$ (개)
원소 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{5-1} = 16$ (개)
원소 52, 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{5-2} = 8$ (개)
원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$16 + 16 - 8 = 24$ (개)

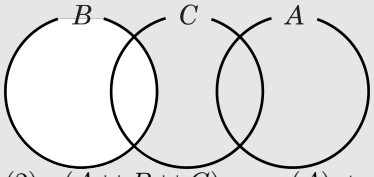
9. 세 집합 A, B, C에 대하여 $n(A) = 15$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 0, n(B \cap C) = 3$, $n(C \cap A) = 5$, $n(A \cup B \cup C) = 35$일 때, 집합 C의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

(1) $n(A \cap B) = 0$에서 $A \cap B = \varnothing$이므로 세 집합 A, B, C를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(2) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(B) \cap C) - n(C \cap A)$이므로

$35 = 15 + 24 + n(C) - 3 - 5$

$\therefore n(C) = 35 - (15 + 24 - 3 - 5)$

$= 35 - 31$

$= 4$

(3) 따라서 집합 C의 부분집합의 개수는

$\therefore 2^4 = 16$(개)

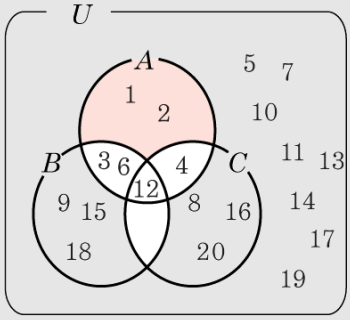
10. 전체집합 $U = \{x | x$는 20 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x | x$는 12 의 약수$\}$,
$B = \{x | x$는 3 의 배수$\}$,
$C = \{x | x$는 4 의 배수$\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: {1, 2}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 18, 19, 20\}$,
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
$C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$

11. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 32 개 ② 64 개 ③ 128 개

④ 256 개 ⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는
$2^3 = 8$ (개)이므로 $n(B) = 8$ 이다.
따라서 집합 B의 부분집합의 개수는
$2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개)이다.

12. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 a의 약수$\}$, $B = \{2,\ 4,\ b,\ c\}$에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개인 수이므로 8 이다.

$\therefore\ b = 1,\ c = 8$ 또는 $b = 8,\ c = 1$

$\therefore\ a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

13. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $A = \{x \mid 0 \le x \le 3$인 정수$\}$

② $A = \{x \mid -1 < x \le 3$인 정수$\}$

③ $A = \{x \mid x$는 자연수를 4로 나눈 나머지$\}$

④ $A = \{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$

⑤ $A = \{x \mid 0 < x \le 3$인 자연수$\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 2, 5, $\cdots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

14. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 <u>않은</u> 것을 고르면?

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어져있다. 원소들은 각각 2 개의 약수만을 가진 수이다. 원소는 10 미만의 자연수이다.

[배점 5, 중상]

① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\}$

② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\}$

③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\}$

④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\}$

해설

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4 개임을 알 수 있다.

원소들은 각각 2 개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.

원소는 10 미만의 소수이므로 $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 임을 알 수 있다.

① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5\}$

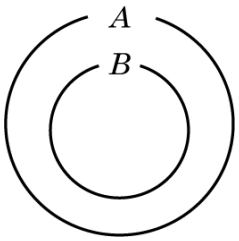
② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

15. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 고르면?



[배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12, \cdots\}$

$\{4,\ 8,\ 12, \cdots\} \subset A$

$\{8,\ 16,\ 24, \cdots\} \subset A$

$\{10,\ 20,\ 30, \cdots\} \subset A$

따라서 ①, ③이다.

16. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{x \mid x$는 4의 약수$\}$에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A,\ b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4\}$

$1 \times 1 = 1,\ 1 \times 2 = 2,\ 1 \times 4 = 4,\ 2 \times 1 = 2,\ 2 \times 2 = 4,\ 2 \times 4 = 8,\ 3 \times 1 = 3,\ 3 \times 2 = 6,\ 3 \times 4 = 12$

이므로

$A \times B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12\}$

$\therefore\ n(A \times B) = 7$

17. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

① $\{x \mid x$는 자연수 부분이 1인 대분수$\}$

② $\{x \mid x$는 3보다 작은 3의 배수$\}$

③ $\{x \mid 2 < x < 5$인 수$\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 5$인 정수$\}$

⑤ $\{x \mid x = 4n - 5,\ n$은 자연수$\}$

해설

① $\left\{1\frac{1}{2},\ 1\frac{1}{3},\ 1\frac{2}{3}, \cdots\right\}$ ⇒ 무한집합

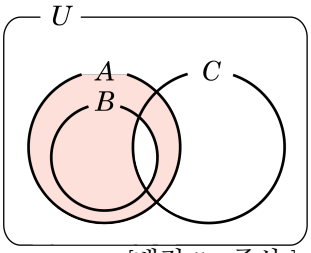
② $\varnothing$ ⇒ 유한집합

③ 무한집합

④ $\{3,\ 4\}$ ⇒ 유한집합

⑤ $\{-1,\ 3,\ 7,\ 11, \cdots\}$ ⇒ 무한집합

18. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



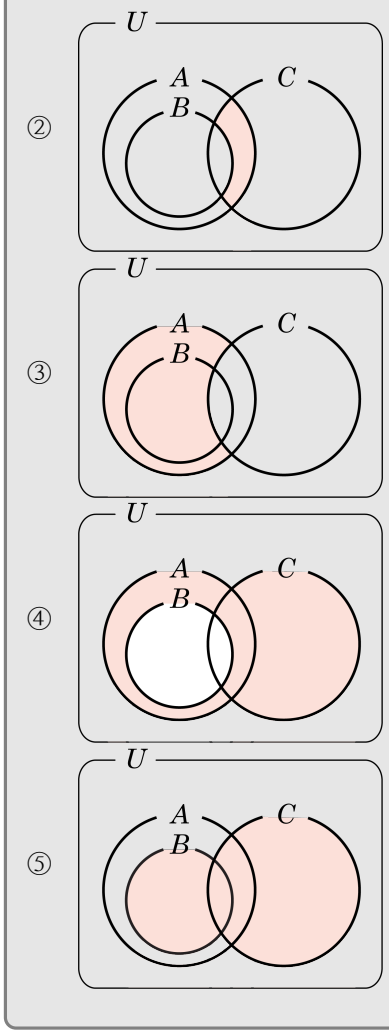
[배점 5, 중상]

① $A - (B \cap C)$ ② $(A - B) \cap C$

③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(A \cap B) \cup C$

해설



19. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 2$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6 개

해설

원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 6\}$, $\{4, 8\}$, $\{6, 8\}$ 이므로 모두 6 개 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A - B) - n(B - A)$ 는?

[배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$

$\therefore \quad n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 20$, $n(A^c \cap B) = 12$, $n(A \cup B) = 48$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$A^c \cap B = B - A$

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(A^c \cap B)$

$48 = 20 + n(A \cap B) + 12$

$\therefore \quad n(A \cap B) = 16$

22. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32 , $A \cup B$ 의 원소의 합이 62 일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,
$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면
집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50 이다.
집합 A 의 원소의 합이
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,
$B = \{a_1+b, a_2+b, a_3+b, a_4+b, a_5+b, a_6+b\}$ 이므로
집합 B 의 원소의 합은
$a_1+b+a_2+b+a_3+b+a_4+b+a_5+b+a_6+b = 32 + 6b$
$32 + 6b = 50$ 이므로 $b = 3$ 이 된다.
교집합의 원소인 $4, 7, 9$ 는 집합 A 와 B 의 원소이므로 각각 3 을 더한 7 , 10 , 12 도 집합 B 의 원소가 된다.
또 집합 B 의 원소의 합이 50 이므로 4 , 7 , 9 , 10 , 12 와 8 이 된다.
$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

23. 우리 반 학생 50 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 35 명, 과학을 좋아하는 학생은 25 명일 때, 두 과목 모두 좋아하는 학생 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 50 명이 $A \cup B$ 이다.
수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라고 하고, 과학을 좋아하는 학생을 집합 B 라고 한다.
수학, 과학을 모두 좋아하는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.
$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$50 = 35 + 25 - x$
x 의 최솟값은 10 명이다.
최댓값은 과학을 좋아하는 학생이 수학을 좋아하는 학생에 포함될 때 성립한다.
그러므로 x 의 최댓값은 25 명이다.
최솟값과 최댓값의 합은 35 명이다.

24. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.
영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.
영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.
$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$40 = 25 + 21 - x$
x 의 최솟값은 6 이다.
최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.
그러므로 x 의 최댓값은 21(명) 이다.
최솟값과 최댓값의 합은 27(명) 이다.

25. $U = \{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

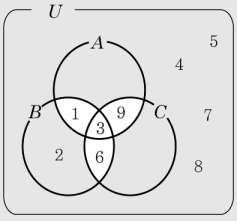
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로
벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

26. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 5, 중상]

① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \cdots, 100\}$

② $B = \{x \mid x$는 1 보다 작은 분수$\}$

③ $C = \{x \mid x$는 3 의 배수인 짝수$\}$

④ $D = \{x \mid x$는 $2 \times n$, n은 10 보다 작은 자연수$\}$

⑤ $E = \left\{x \,\middle|\, x$는 $\frac{100}{x}$ 을 자연수로 만드는 자연수$\right\}$

해설

① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \cdots, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

② $B = \{x \mid x$는 1 보다 작은 분수$\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots\right\}$ 이므로 무한집합이다.

③ $C = \{x \mid x$는 3 의 배수인 짝수$\} = \{6, 12, \cdots\}$ 이므로 무한집합이다.

④ $D = \{x \mid x$는 $2 \times n$, n은 10 보다 작은 자연수$\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \cdots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.

⑤ $E = \left\{x \,\middle|\, x$는 $\frac{100}{x}$ 을 자연수로 만드는 자연수$\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

27. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 갬

오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.

입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.

선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

[배점 5, 중상]

해설

'멋진' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

'큰' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

28. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.

㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.

㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.

㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.

㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임

㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임

㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉡ '좋은' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉢ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉤ '비교적' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉥ '아름다운' 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

29. $U = \{x \mid -5 < x < 5$인 정수$\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 a, $(A \cap B)^c - A$ 의 원소의 합을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① -5 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$U = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$

(1) $A^c = \{-4, -3, -2, 2, 3, 4\}$, $B^c = \{-4, -3, -2, -1, 0, 4\}$,

$A^c \cap B^c = \{-4, -3, -2, 4\}$ $\therefore a = -5$

(2) $A \cap B = \{1\}$

$(A \cap B)^c = \{-4, -3, -2, -1, 0, 2, 3, 4\}$

$(A \cap B)^c - A = -\{4, -3, -2, 2, 3, 4\}$ $\therefore b = 0$

따라서 $a + b = -5$

30. 두 집합 $A = \{7, 8, a\}$, $B = \{5, 6, a+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6\}$

해설

$9 \in A$ 또는 $9 \in B$ 이므로

$a = 9$ 또는 $a + 3 = 9$

i) $a = 9$ 이면 $A = \{7, 8, 9\}$, $B = \{5, 6, 12\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9, 12\}$ 가 되어 문제의 조건을 만족하지 못한다.

ii) $a + 3 = 9$ 이면 $a = 6$

$A = \{6, 7, 8\}$, $B = \{5, 6, 9\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 조건을 만족한다.

$\therefore A \cap B = \{6\}$

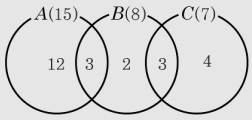
31. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(B) = 8$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $A \cap C = \varnothing$, $n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

32. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 이하의 홀수 $\}$, $B = \{x \mid x$는 3 이상 5 이하의 소수 $\}$에 대하여 $X \subset A$이고 $B \subset X$ 일때, 집합 X 의 원소의 개수가 5 개인 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$B = \{3, 5\}$

$X \subset A$, $B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$

$\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 5 개인 집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\{1, 3, 5, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 9, 11\}$, $\{3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 4 개이다.