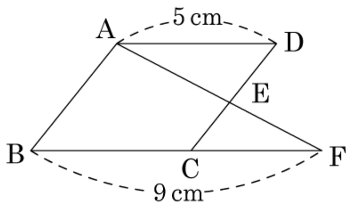
문제 풀이 과제

1. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{BF} = 9\text{cm}$, $\triangle ECF = 4\text{cm}^2$ 이면 $\triangle AED$ 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: $6.25\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle AED \backsim \triangle FEC$ (AA 닮음)

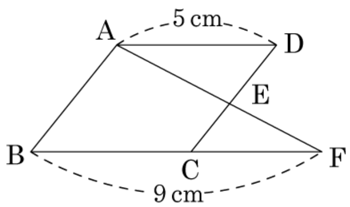
닮음비는 $5:4$ 이므로 넓이의 비는 $25:16$ 이다.

$\triangle AED$ 의 넓이를 x 라 하면

$25:16 = x:4$

$\therefore\ x = 6.25(\text{cm}^2)$

2. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{BF} = 9\text{cm}$, $\triangle ECF = 4\text{cm}^2$ 이면 $\triangle AED$ 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: $6.25\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle AED \backsim \triangle FEC$ (AA 닮음)

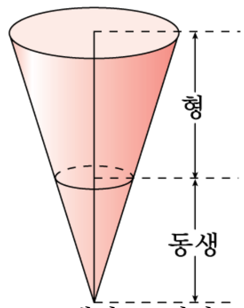
닮음비는 $5:4$ 이므로 넓이의 비는 $25:16$ 이다.

$\triangle AED$ 의 넓이를 x 라 하면

$25:16 = x:4$

$\therefore\ x = 6.25(\text{cm}^2)$

3. 형과 동생이 원뿔 모양의 아이스크림을 사서 다음 그림과 같이 높이를 반으로 나누어 동생이 아래쪽을, 형이 위쪽을 먹었다면 형은 동생이 먹은 양의 몇 배를 먹었는가?



[배점 2, 하하]

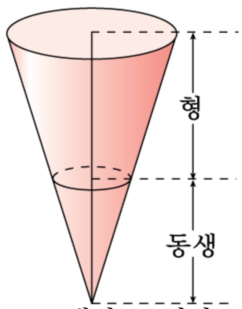
① 2배 ② 3배 ③ 4배

④ 7배 ⑤ 8배

해설

형이 먹은 부분과 동생이 먹은 부분의 밑면의 지름의 길이는 $2:1$ 이므로 부피의 비는 $8:1$ 이다. 그러므로 형이 먹은 부분은 7 , 동생이 먹은 부분은 1 이어서 형은 동생의 7 배를 먹었다.

4. 형과 동생이 원뿔 모양의 아이스크림을 사서 다음 그림과 같이 높이를 반으로 나누어 동생이 아래쪽을, 형이 위쪽을 먹었다면 형은 동생이 먹은 양의 몇 배를 먹었는가?



[배점 2, 하하]

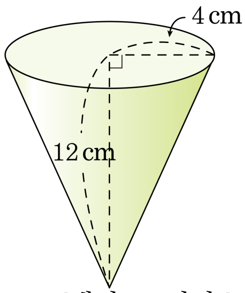
① 2배 ② 3배 ③ 4배

④ 7배 ⑤ 8배

해설

형이 먹은 부분과 동생이 먹은 부분의 밑면의 지름의 길이는 2 : 1 이므로 부피의 비는 8 : 1 이다. 그러므로 형이 먹은 부분은 7 , 동생이 먹은 부분은 1 이어서 형은 동생의 7 배를 먹었다.

5. 다음 그림과 같은 원뿔모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채웠다고 할 때, 수면의 넓이를 알맞게 구한 것은?



[배점 2, 하하]

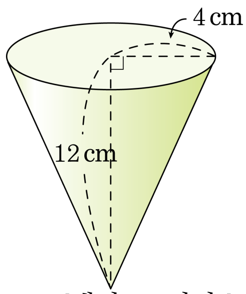
① $\pi\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $6\pi\mathrm{cm}^2$

④ $8\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\pi\mathrm{cm}^2$

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다.
따라서 수면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 원뿔모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채웠다고 할 때, 수면의 넓이를 알맞게 구한 것은?



[배점 2, 하하]

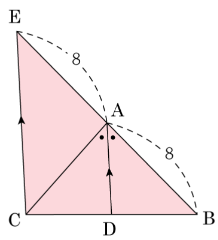
① $\pi\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $6\pi\mathrm{cm}^2$

④ $8\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\pi\mathrm{cm}^2$

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다.
따라서 수면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} // \overline{EC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하하]

① $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$

② $\overline{AC} = 8$

③ $\angle DAC = \angle ACE$

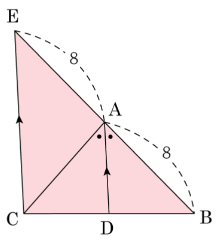
④ $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.

⑤ $\angle BAD = \angle AEC$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ACE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\angle DAC = \angle ACE$ 이다. 따라서 $\angle BAD = \angle AEC$ 이고 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} // \overline{EC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하하]

① $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$

② $\overline{AC} = 8$

③ $\angle DAC = \angle ACE$

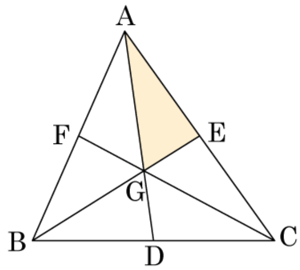
④ $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.

⑤ $\angle BAD = \angle AEC$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ACE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\angle DAC = \angle ACE$ 이다. 따라서 $\angle BAD = \angle AEC$ 이고 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다.

9. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 54\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AGE$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

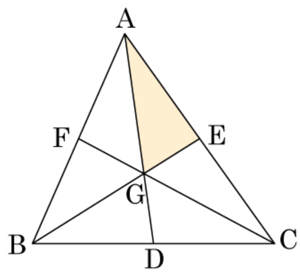
① $5\,\text{cm}^2$ ② $6\,\text{cm}^2$ ③ $7\,\text{cm}^2$

④ $8\,\text{cm}^2$ ⑤ $9\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle FBG = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 54 = 9(\,\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 54\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AGE$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

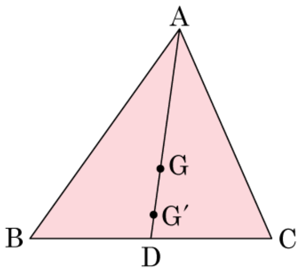
① $5\,\text{cm}^2$ ② $6\,\text{cm}^2$ ③ $7\,\text{cm}^2$

④ $8\,\text{cm}^2$ ⑤ $9\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle FBG = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 54 = 9(\,\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 점 G′ 는 $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{G'D}$ 의 길이는?



[배점 2, 하하]

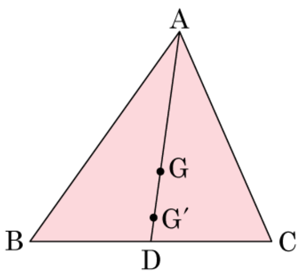
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{GD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\,\text{cm})$,
$\overline{G'D} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}(\,\text{cm})$

12. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 점 G′ 는 $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{G'D}$ 의 길이는?



[배점 2, 하하]

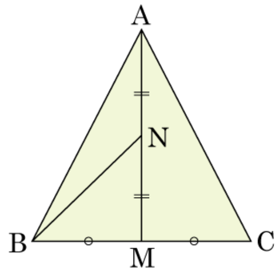
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{GD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\,\text{cm})$,
$\overline{G'D} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}(\,\text{cm})$

13. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 의 중점을 N 이라고 하자. $\triangle ABN = 5\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

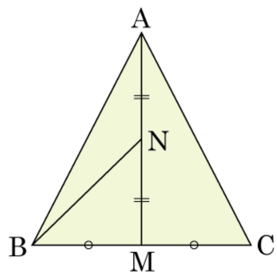
▶ 답 :

▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABN = \frac{1}{4}\triangle ABC$,
$5 = \frac{1}{4} \times \triangle ABC$,
$\therefore (\triangle ABC$ 의 넓이$) = 20\,\text{cm}^2$

14. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 의 중점을 N 이라고 하자. $\triangle ABN = 5\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

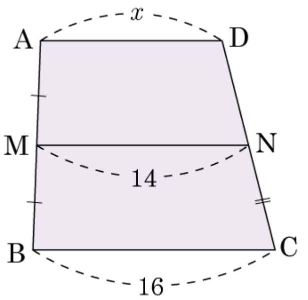
▶ 답 :

▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABN = \frac{1}{4}\triangle ABC$,
$5 = \frac{1}{4} \times \triangle ABC$,
$\therefore (\triangle ABC$ 의 넓이$) = 20\,\text{cm}^2$

15. 다음 그림에서 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 이고, 점 $\mathrm{M, N}$이 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$의 중점일 때, x의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

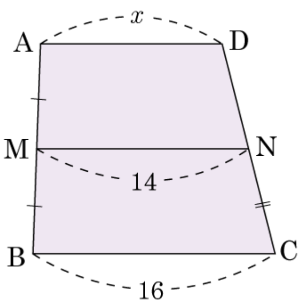
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$14 = \frac{1}{2}(x + 16), x = 12$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 이고, 점 $\mathrm{M, N}$이 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$의 중점일 때, x의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

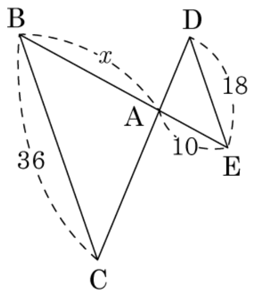
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$14 = \frac{1}{2}(x + 16), x = 12$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답 :

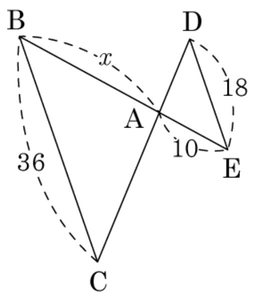
▷ 정답 : $x = 20$

해설

$18 : 36 = 10 : x$

$\therefore x = 20$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

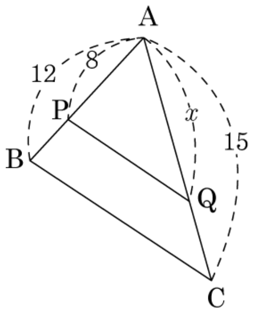
해설

$18 : 36 = 10 : x$

$\therefore x = 20$

19. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{PQ} \,/\!/\, \overline{BC}$라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

[배점 2, 하하]



① 12 ② 11

③ 10 ④ 9

⑤ 8

해설

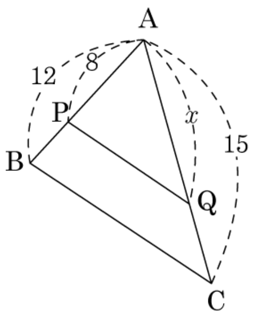
$\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AC} : \overline{AQ}$

$12 : 8 = 15 : x$

$x = 10$

20. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{PQ} \,/\!/\, \overline{BC}$라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

[배점 2, 하하]



① 12 ② 11

③ 10 ④ 9

⑤ 8

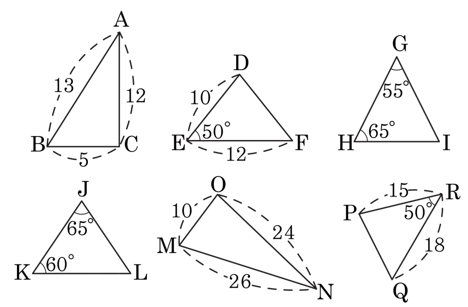
해설

$\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AC} : \overline{AQ}$

$12 : 8 = 15 : x$

$x = 10$

21. 다음 중 닮음인 도형끼리 짝지은 것을 모두 고르면? (정답 3 개)



[배점 3, 하상]

① $\triangle ABC \backsim \triangle PRQ$ ② $\triangle GHI \backsim \triangle LJK$

③ $\triangle DEF \backsim \triangle LJK$ ④ $\triangle ABC \backsim \triangle NMO$

⑤ $\triangle DEF \backsim \triangle PRQ$

해설

② $\triangle GHI$ 와 $\triangle LJK$ 에서

$\angle I = 180° - (55° + 65°) = 60° = \angle K$,

$\angle H = \angle J = 65°$

$\therefore \triangle GHI \backsim \triangle LJK$ (AA 닮음)

④ $\triangle ABC$ 와 $\triangle NMO$ 에서

$\overline{AB} : \overline{NM} = \overline{BC} : \overline{MO} = \overline{CA} : \overline{ON} = 1 : 2$

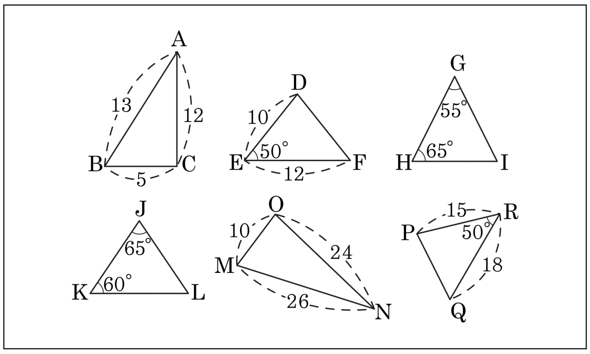
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle NMO$ (SSS 닮음)

⑤ $\triangle DEF$ 와 $\triangle PRQ$ 에서

$\overline{DE} : \overline{PR} = \overline{EF} : \overline{RQ} = 2 : 3$, $\angle E = \angle R = 50°$

$\therefore \triangle DEF \backsim \triangle PRQ$ (SAS 닮음)

22. 다음 중 닮음인 도형끼리 짝지은 것을 모두 고르면? (정답 3개)



[배점 3, 하상]

① △ABC∽△PRQ ② △GHI∽△LJK

③ △DEF∽△LJK ④ △ABC∽△NMO

⑤ △DEF∽△PRQ

해설

② △GHI 와 △LJK 에서

$\angle I = 180° - (55° + 65°) = 60° = \angle K$,

$\angle H = \angle J = 65°$

∴ △GHI∽ △LJK (AA 닮음)

④ △ABC 와 △NMO 에서

$\overline{AB} : \overline{NM} = \overline{BC} : \overline{MO} = \overline{CA} : \overline{ON} = 1 : 2$

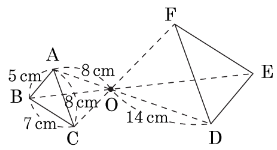
∴ △ABC ∽ △NMO (SSS 닮음)

⑤ △DEF 와 △PRQ 에서

$\overline{DE} : \overline{PR} = \overline{EF} : \overline{RQ} = 2 : 3$, $\angle E = \angle R = 50°$

∴ △DEF ∽ △PRQ (SAS 닮음)

23. 다음 그림에서 △ABC 와 △DEF 는 점 O 를 닮음의 중심으로 닮음의 위치에 있다. △DEF 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35cm

해설

$\overline{OA} : \overline{OD} = 8 : 14 = 4 : 7$

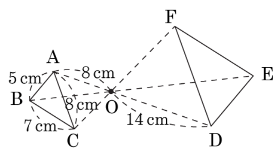
닮음비가 4 : 7 이므로 둘레의 길이의 비도 4 : 7 이다.

△DEF 의 둘레의 길이를 $x$cm 라고 하면

$20 : x = 4 : 7$

$x = 35$

24. 다음 그림에서 △ABC 와 △DEF 는 점 O 를 닮음의 중심으로 닮음의 위치에 있다. △DEF 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

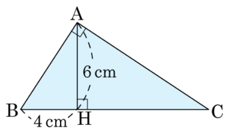
▶ 답 :

▷ 정답 : 35cm

해설

$\overline{OA}:\overline{OD} = 8:14 = 4:7$
닮음비가 $4:7$ 이므로 둘레의 길이의 비도 $4:7$ 이다.
$\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 $x$cm 라고 하면
$20 : x = 4 : 7$
$x = 35$

25. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하면?



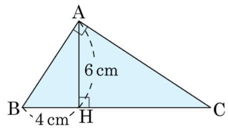
[배점 3, 하상]

① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 36cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 42cm^2

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$
$36 = 4 \times \overline{CH}$, $\overline{CH} = 9(\text{cm})$
$(\triangle AHC$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$

26. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하면?



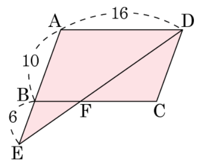
[배점 3, 하상]

① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 36cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 42cm^2

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$
$36 = 4 \times \overline{CH}$, $\overline{CH} = 9(\text{cm})$
$(\triangle AHC$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DF}$ 의 연장선과의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



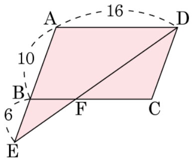
[배점 3, 하상]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$\triangle BEF \backsim \triangle CDF$ 이므로 $\overline{CF} = x$ 라 하면
$\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$
$6 : 10 = (16 - x) : x$
$\therefore\ x = 10$

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 연장선과의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{\mathrm{CF}}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

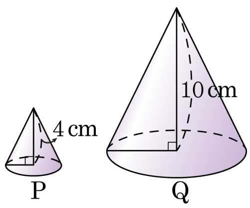
$\triangle\mathrm{BEF} \backsim \triangle\mathrm{CDF}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CF}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{CF}}$

$6 : 10 = (16 - x) : x$

$\therefore\ x = 10$

29. 다음 두 원뿔은 닮은 도형이고, 작은 원뿔의 옆넓이가 $12\mathrm{cm}^2$ 일 때, 큰 원뿔의 옆넓이는?



[배점 3, 하상]

① $50\mathrm{cm}^2$ ② $55\mathrm{cm}^2$ ③ $60\mathrm{cm}^2$

④ $75\mathrm{cm}^2$ ⑤ $80\mathrm{cm}^2$

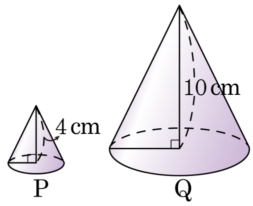
해설

닮음비가 2 : 5 이므로, 넓이의 비는 $2^2 : 5^2 = 4 : 25$

$4 : 25 = 12 : x$

$\therefore\ x = 75$

30. 다음 두 원뿔은 닮은 도형이고, 작은 원뿔의 옆넓이가 $12\mathrm{cm}^2$ 일 때, 큰 원뿔의 옆넓이는?



[배점 3, 하상]

① $50\mathrm{cm}^2$ ② $55\mathrm{cm}^2$ ③ $60\mathrm{cm}^2$

④ $75\mathrm{cm}^2$ ⑤ $80\mathrm{cm}^2$

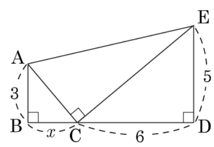
해설

닮음비가 2 : 5 이므로, 넓이의 비는 $2^2 : 5^2 = 4 : 25$

$4 : 25 = 12 : x$

$\therefore\ x = 75$

31. 아래 그림에서 $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D} = \angle\mathrm{ACE} = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

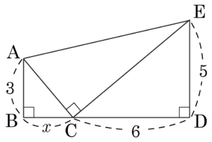
① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{CDE}$ 이므로 $3 : 6 = x : 5$

$\therefore\ x = 2.5$

32. 아래 그림에서 $\angle B = \angle D = \angle ACE = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

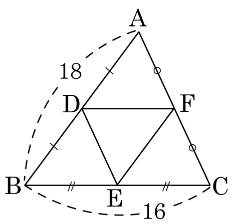
① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle CDE$ 이므로 $3 : 6 = x : 5$

$\therefore\ x = 2.5$

33. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 각 변의 중점이 점 D, E, F 이고, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 24 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

중점연결정리에 의해

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BA}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 이다.

$\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는

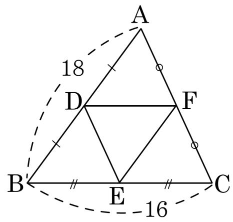
$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BA} + \overline{CB}) = 24$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 48$ 이다. 따라서

$\overline{AC} = 48 - 18 - 16 = 14$ 이다.

34. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 각 변의 중점이 점 D, E, F 이고, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 24 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

중점연결정리에 의해

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BA}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 이다.

$\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는

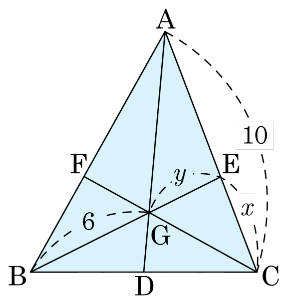
$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BA} + \overline{CB}) = 24$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 48$ 이다. 따라서

$\overline{AC} = 48 - 18 - 16 = 14$ 이다.

35. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 3, 하상]

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$\overline{BE}$ 가 중선이므로 $\overline{CE} = \overline{AE}$

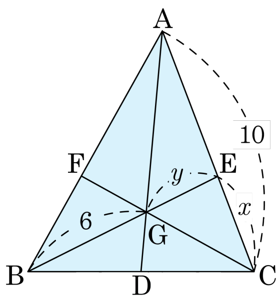
$x = \dfrac{1}{2}\,\overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5$

$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로 $6 : y = 2 : 1$

$y = 3$

$\therefore x + y = 5 + 3 = 8$

36. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심일 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 3, 하상]

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$\overline{BE}$ 가 중선이므로 $\overline{CE} = \overline{AE}$

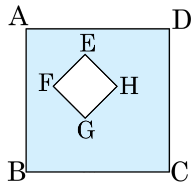
$x = \dfrac{1}{2}\,\overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5$

$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로 $6 : y = 2 : 1$

$y = 3$

$\therefore x + y = 5 + 3 = 8$

37. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 정사각형 EFGH 가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 $3 : 1$ 일 때, 정사각형 EFGH 와 색칠한 부분의 넓이의 비는?



[배점 3, 하상]

① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 1 : 6

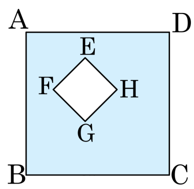
④ 1 : 8 ⑤ 1 : 9

해설

넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 □EFGH : □ABCD $= 1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 이다.

따라서 □EFGH : (색칠한 부분의 넓이) = 1 : 8 이다.

38. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 정사각형 EFGH 가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 $3 : 1$ 일 때, 정사각형 EFGH 와 색칠한 부분의 넓이의 비는?



[배점 3, 하상]

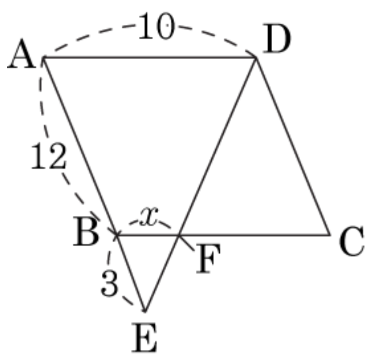
① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 1 : 6

④ 1 : 8 ⑤ 1 : 9

해설

넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 □EFGH : □ABCD = $1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 이다.
따라서 □EFGH : (색칠한 부분의 넓이) = 1 : 8 이다.

39. 다음 그림에서 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



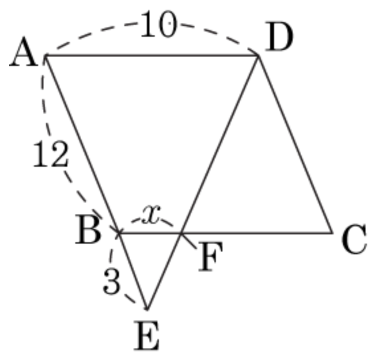
[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{BE}$ // $\overline{CD}$ 이다.
$\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$ 이므로
$3 : 12 = x : (10 - x)$
$12x = 30 - 3x$
$\therefore\ x = 2$

40. 다음 그림에서 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

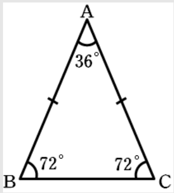
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{BE}$ // $\overline{CD}$ 이다.
$\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$ 이므로
$3 : 12 = x : (10 - x)$
$12x = 30 - 3x$
$\therefore\ x = 2$

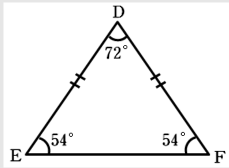
41. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① 모든 원은 닮은도형이다.
② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.
④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.
⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)





$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

42. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

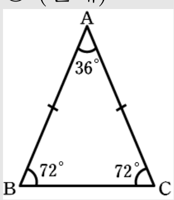
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

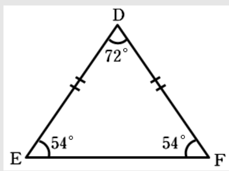
④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)



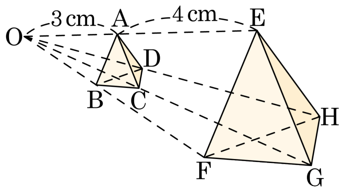


$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

43. 두 사면체 $A-BCD$ 와 $E-FGH$ 의 모든 면은 각각 점 O 를 닮음의 중심으로 갖는 닮음의 위치에 있는 도형이다. 사면체 $E-FGH$ 의 겉넓이가 112cm^2 인 정사면체일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

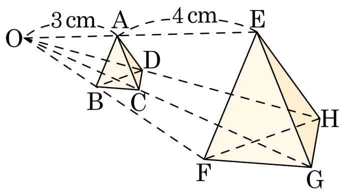
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{7}\ \text{cm}^2$

해설

닮음비가 $3:7$ 이므로 겉넓이의 비는 $9:49$
따라서 $A-BCD$ 의 겉넓이는 $112 \times \frac{9}{49} = \frac{144}{7}$ (cm^2) 이다. 정사면체의 네 면은 모두 합동이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{144}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{36}{7}$ (cm^2) 이다.

44. 두 사면체 $A-BCD$ 와 $E-FGH$ 의 모든 면은 각각 점 O 를 닮음의 중심으로 갖는 닮음의 위치에 있는 도형이다. 사면체 $E-FGH$ 의 겉넓이가 112cm^2 인 정사면체일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

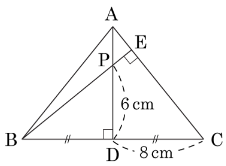
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{7}\ \text{cm}^2$

해설

닮음비가 $3:7$ 이므로 겉넓이의 비는 $9:49$
따라서 A $-$ BCD 의 겉넓이는 $112 \times \dfrac{9}{49} = \dfrac{144}{7}$ (cm^2) 이다. 정사면체의 네 면은 모두 합동이므로 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 넓이는 $\dfrac{144}{7} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{36}{7}$ (cm^2) 이다.

45. 아래 그림과 같은 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AD}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BE}}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이는?



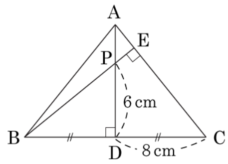
[배점 4, 중중]

① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm
④ $\dfrac{14}{3}$cm ⑤ $\dfrac{17}{3}$cm

해설

$\triangle \mathrm{BDP}$ 와 $\triangle \mathrm{ADC}$ 에서 $\angle \mathrm{PBD} = \angle \mathrm{CAD}$
$\angle \mathrm{PDB} = \angle \mathrm{CDA} = 90°$ 이므로
$\triangle \mathrm{BDP} \backsim \triangle \mathrm{ADC}$ (AA 닮음)
$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $8:6 = \overline{\mathrm{AD}}:8$
$\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{32}{3}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}} = \dfrac{32}{3} - 6 = \dfrac{14}{3}$ (cm)

46. 아래 그림과 같은 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AD}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BE}}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이는?



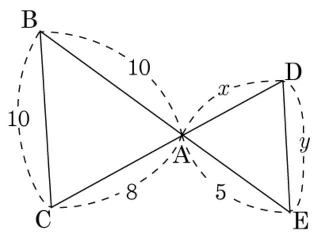
[배점 4, 중중]

① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm
④ $\dfrac{14}{3}$cm ⑤ $\dfrac{17}{3}$cm

해설

$\triangle \mathrm{BDP}$ 와 $\triangle \mathrm{ADC}$ 에서 $\angle \mathrm{PBD} = \angle \mathrm{CAD}$
$\angle \mathrm{PDB} = \angle \mathrm{CDA} = 90°$ 이므로
$\triangle \mathrm{BDP} \backsim \triangle \mathrm{ADC}$ (AA 닮음)
$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $8:6 = \overline{\mathrm{AD}}:8$
$\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{32}{3}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}} = \dfrac{32}{3} - 6 = \dfrac{14}{3}$ (cm)

47. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}} /\!/ \overline{\mathrm{DE}}$ 일 때, $\triangle \mathrm{ADE}$ 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

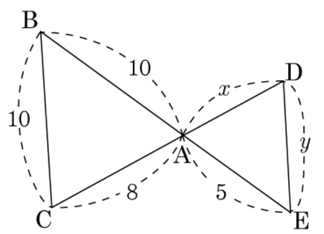
$\Leftrightarrow\ 10 : 5 = 8 : x = 10 : y$

$x = 4,\ y = 5$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이) $= x + y + \overline{AE}$

$= 4 + 5 + 5 = 14$

48. 다음 그림에서 $\overline{BC} \,/\!/\, \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

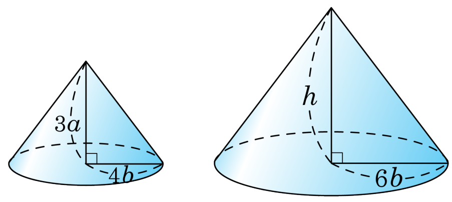
$\Leftrightarrow\ 10 : 5 = 8 : x = 10 : y$

$x = 4,\ y = 5$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이) $= x + y + \overline{AE}$

$= 4 + 5 + 5 = 14$

49. 다음 그림의 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 큰 원뿔의 높이를 구하면?



[배점 4, 중중]

① $\frac{7}{3}a$ ② $7a$ ③ $\frac{9}{2}a$

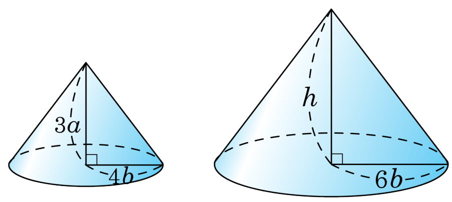
④ $9a$ ⑤ $12a$

해설

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $4b : 6b = 2 : 3$ 이므로 $2 : 3 = 3a : h$

따라서 $h = \frac{9}{2}a$ 이다.

50. 다음 그림의 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 큰 원뿔의 높이를 구하면?



[배점 4, 중중]

① $\frac{7}{3}a$ ② $7a$ ③ $\frac{9}{2}a$

④ $9a$ ⑤ $12a$

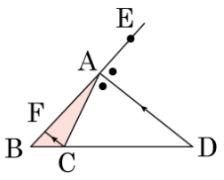
해설

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $4b : 6b = 2 : 3$ 이므로 $2 : 3 = 3a : h$

따라서 $h = \frac{9}{2}a$ 이다.

51. 다음은 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$ 임을 증명한 것이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

보기



$\triangle ABC$ 에서
[가정] $\angle CAD=\angle DAE$
[결론] $\overline{AB}:\overline{AC}=$ (가) $:\overline{CD}$
[증명] 그림과 같이 점 C를 지나 변 AD에 평행한 직선이 변 BA와 만나는 점을 F라 하면
$\angle EAD=\angle AFC$ (동위각)
$\angle DAC=\angle ACF$ (나)
가정에서 $\angle CAD=\angle DAE$ 이므로 $\angle AFC=\angle ACF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}=$ (다) $\cdots$ ㉠
또한, $\overline{AD}//\overline{FC}$ 이므로 $\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{BD}:\overline{CD}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

[배점 4, 중중]

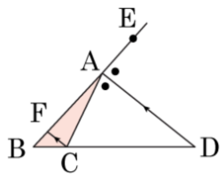
① $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AC}$ ② $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AD}$
③ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AC}$ ④ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AE}$
⑤ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{CF}$

해설

$\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AC}$

52. 다음은 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$ 임을 증명한 것이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

보기



$\triangle ABC$ 에서
[가정] $\angle CAD=\angle DAE$
[결론] $\overline{AB}:\overline{AC}=$ (가) $:\overline{CD}$
[증명] 그림과 같이 점 C를 지나 변 AD에 평행한 직선이 변 BA와 만나는 점을 F라 하면
$\angle EAD=\angle AFC$ (동위각)
$\angle DAC=\angle ACF$ (나)
가정에서 $\angle CAD=\angle DAE$ 이므로 $\angle AFC=\angle ACF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}=$ (다) $\cdots$ ㉠
또한, $\overline{AD}//\overline{FC}$ 이므로 $\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{BD}:\overline{CD}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

[배점 4, 중중]

① $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AC}$ ② $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AD}$
③ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AC}$ ④ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AE}$
⑤ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{CF}$

해설

$\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AC}$

53. 세 정육면체 A, B, C 가 있다. A, B 의 겉넓이의 비는 $4:9$ 이고 B, C 의 겉넓이의 비는 $1:4$ 일 때, A, B, C 의 부피의 비는? [배점 4, 중중]

① $1:2:3$ ② $1:4:9$
③ $4:9:36$ ④ $8:27:216$
⑤ $8:216:27$

해설

세 정육면체 A, B, C 의 겉넓이의 비는 $4:9:36 = 2^2:3^2:6^2$ 이므로 닮음비는 $2:3:6$이다.
따라서 부피의 비는 $2^3:3^3:6^3 = 8:27:216$ 이다.

54. 세 정육면체 A, B, C 가 있다. A, B 의 겉넓이의 비는 $4:9$ 이고 B, C 의 겉넓이의 비는 $1:4$ 일 때, A, B, C 의 부피의 비는? [배점 4, 중중]

① $1:2:3$ ② $1:4:9$
③ $4:9:36$ ④ $8:27:216$
⑤ $8:216:27$

해설

세 정육면체 A, B, C 의 겉넓이의 비는 $4:9:36 = 2^2:3^2:6^2$ 이므로 닮음비는 $2:3:6$이다.
따라서 부피의 비는 $2^3:3^3:6^3 = 8:27:216$ 이다.

55. 축척이 $\frac{1}{1000}$ 인 지도가 있다. 지도에서 $10\,\mathrm{cm}$ 인 거리의 실제거리를 A , 실제거리가 $500\,\mathrm{m}$ 일 때, 지도에서의 거리를 B 라고 할 때, $A+10B$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① $15\,\mathrm{m}$ ② $50\,\mathrm{m}$ ③ $100\,\mathrm{m}$
④ $105\,\mathrm{m}$ ⑤ $150\,\mathrm{m}$

해설

축척이 $1:1000$ 이므로 $10\mathrm{cm} \times 1000 = 10000\,\mathrm{cm}$
따라서 $A = 100\,\mathrm{m}$이다.
$500\mathrm{m} = 50000\mathrm{cm}$ 이므로 지도상의 거리는 $\frac{50000}{1000} = 50(\,\mathrm{cm})$
따라서 $B = 0.5\mathrm{m}$ 이다.
그러므로 $A + 10B = 100 + 5 = 105$ 가 된다.

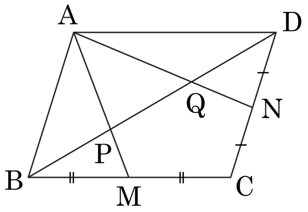
56. 축척이 $\frac{1}{1000}$ 인 지도가 있다. 지도에서 $10\,\mathrm{cm}$ 인 거리의 실제거리를 A , 실제거리가 $500\,\mathrm{m}$ 일 때, 지도에서의 거리를 B 라고 할 때, $A+10B$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① $15\,\mathrm{m}$ ② $50\,\mathrm{m}$ ③ $100\,\mathrm{m}$
④ $105\,\mathrm{m}$ ⑤ $150\,\mathrm{m}$

해설

축척이 $1:1000$ 이므로 $10\mathrm{cm} \times 1000 = 10000\,\mathrm{cm}$
따라서 $A = 100\,\mathrm{m}$이다.
$500\mathrm{m} = 50000\mathrm{cm}$ 이므로 지도상의 거리는 $\frac{50000}{1000} = 50(\,\mathrm{cm})$
따라서 $B = 0.5\mathrm{m}$ 이다.
그러므로 $A + 10B = 100 + 5 = 105$ 가 된다.

57. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\overline{BD}$와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$과의 교점이 P, Q이다. $\square ABCD = 90\text{cm}^2$ 라고 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



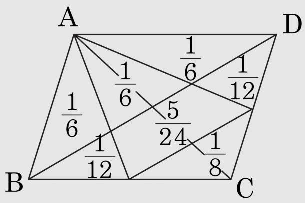
[배점 4, 중중]

① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 30cm^2

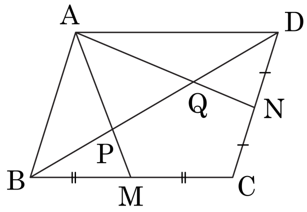
해설

$\square$ABCD의 넓이를 1이라 할 때, 각 부분의 넓이는 다음과 같다.



따라서 $\triangle ABP = 90 \times \frac{1}{6} = 15$ 이다.

58. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\overline{BD}$와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$과의 교점이 P, Q이다. $\square ABCD = 90\text{cm}^2$ 라고 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



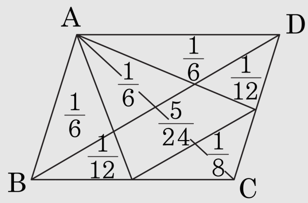
[배점 4, 중중]

① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 30cm^2

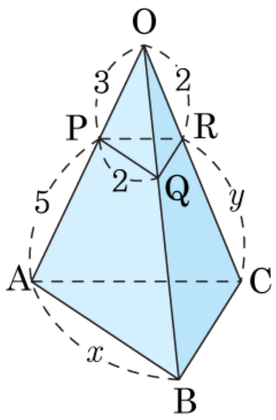
해설

$\square$ABCD의 넓이를 1이라 할 때, 각 부분의 넓이는 다음과 같다.



따라서 $\triangle ABP = 90 \times \frac{1}{6} = 15$ 이다.

59. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle$PQR 를 포함하는 평면과 $\triangle$ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} // \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

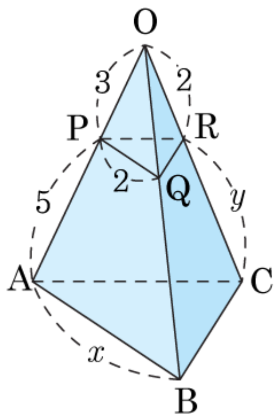
$\overline{PR} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

60. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle$PQR 를 포함하는 평면과 $\triangle$ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} // \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

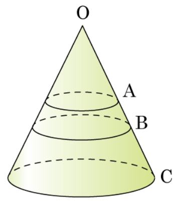
$\overline{PR} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

61. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA}:\overline{AB}:\overline{BC}=3:1:2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 $37\,cm^3$ 일 때, 처음 원뿔의 부피는?



[배점 5, 상하]

① $216\,cm^3$　② $218\,cm^3$　③ $224\,cm^3$
④ $237\,cm^3$　⑤ $245\,cm^3$

해설

$\overline{OA}:\overline{OB}:\overline{OC}=3:4:6$

$3^3:4^3:6^3=27:64:216$

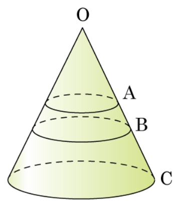
잘려진 입체도형의 부피의 비는

$27:(64-27):(216-64)=27:37:152$

처음 원뿔의 부피를 x라 하면

$37:216=37:x,\quad x=216(\,cm^3)$

62. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA}:\overline{AB}:\overline{BC}=3:1:2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 $37\,cm^3$ 일 때, 처음 원뿔의 부피는?



[배점 5, 상하]

① $216\,cm^3$　② $218\,cm^3$　③ $224\,cm^3$
④ $237\,cm^3$　⑤ $245\,cm^3$

해설

$\overline{OA}:\overline{OB}:\overline{OC}=3:4:6$

$3^3:4^3:6^3=27:64:216$

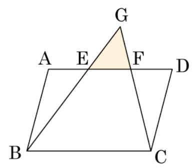
잘려진 입체도형의 부피의 비는

$27:(64-27):(216-64)=27:37:152$

처음 원뿔의 부피를 x라 하면

$37:216=37:x,\quad x=216(\,cm^3)$

63. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다. $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 의 연장선의 교점을 G 라 할 때, $\triangle ABE=24\,cm^2$ 일 때, $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\,cm^2$

해설

$\triangle ABE=\frac{1}{6}\square ABCD$

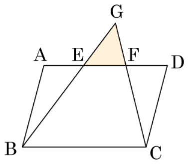
$\triangle GEF:\triangle GBC=1:9$

$\triangle GEF=\frac{1}{8}\square EBCF=\frac{1}{12}\square ABCD$

$\therefore \triangle ABE:\triangle GEF=2:1$

$\triangle GEF=\frac{1}{2}\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 24=12(\,cm^2)$

64. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다. $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 의 연장선의 교점을 G 라 할 때, $\triangle ABE = 24\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

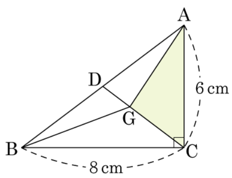
▶ 답 :

▷ 정답 : $12\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABE = \frac{1}{6}\square ABCD$
$\triangle GEF : \triangle GBC = 1 : 9$
$\triangle GEF = \frac{1}{8}\square EBCF = \frac{1}{12}\square ABCD$
$\therefore \triangle ABE : \triangle GEF = 2 : 1$
$\triangle GEF = \frac{1}{2}\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\,\text{cm}^2)$

65. 다음 그림에서 점 G는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심이다. $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



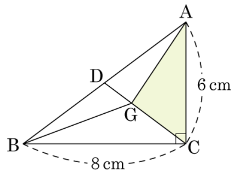
[배점 5, 상하]

① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2
④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

$\triangle AGC = \frac{2}{3}\triangle ADC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$
$\triangle ABC = 24(\,\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle AGC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8(\,\text{cm}^2)$

66. 다음 그림에서 점 G는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심이다. $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



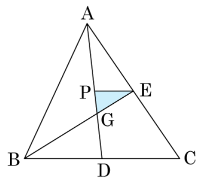
[배점 5, 상하]

① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2
④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

$\triangle AGC = \frac{2}{3}\triangle ADC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$
$\triangle ABC = 24(\,\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle AGC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8(\,\text{cm}^2)$

67. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle ABC = 24\,cm^2$ 일 때, $\triangle PGE$의 넓이를 바르게 구한 것은?



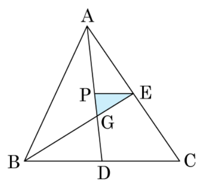
[배점 5, 상하]

① $0.5\,cm^2$　② $0.7\,cm^2$　③ $0.9\,cm^2$
④ $1\,cm^2$　⑤ $1.2\,cm^2$

해설

$\overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} = 3 : 1 : 2$ 이므로
$\triangle PGE = \frac{1}{4}\triangle AGE = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\triangle ABC$
$= \frac{1}{24} \times 24 = 1\,(cm^2)$

68. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle ABC = 24\,cm^2$ 일 때, $\triangle PGE$의 넓이를 바르게 구한 것은?



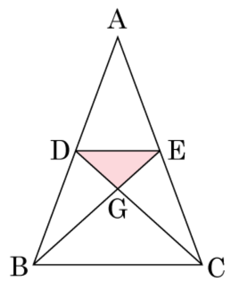
[배점 5, 상하]

① $0.5\,cm^2$　② $0.7\,cm^2$　③ $0.9\,cm^2$
④ $1\,cm^2$　⑤ $1.2\,cm^2$

해설

$\overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} = 3 : 1 : 2$ 이므로
$\triangle PGE = \frac{1}{4}\triangle AGE = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\triangle ABC$
$= \frac{1}{24} \times 24 = 1\,(cm^2)$

69. 다음 그림에서 점G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.$\triangle ABC = 60cm^2$, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\triangle DGE$ 의 넓이를 구하면?



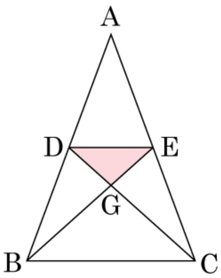
[배점 5, 상하]

① $4cm^2$　② $5cm^2$　③ $6cm^2$
④ $7cm^2$　⑤ $8cm^2$

해설

$\triangle EGC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 60 = 10(cm^2)$
$\overline{DG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle EDG : \triangle EGC = 1 : 2$,
$\triangle EDG : 10 = 1 : 2$,
$\therefore \triangle EDG = 5(cm^2)$

70. 다음 그림에서 점G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.$\triangle ABC = 60\text{cm}^2$, $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$ 일 때, $\triangle DGE$ 의 넓이를 구하면?



[배점 5, 상하]

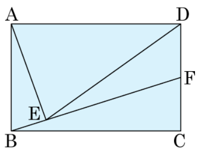
① 4cm^2　② 5cm^2　③ 6cm^2

④ 7cm^2　⑤ 8cm^2

해설

$\triangle EGC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 60 = 10(\text{cm}^2)$
$\overline{DG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle EDG : \triangle EGC = 1 : 2$,
$\triangle EDG : 10 = 1 : 2$,
$\therefore \triangle EDG = 5(\text{cm}^2)$

71. 다음 직사각형 ABCD 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70°$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

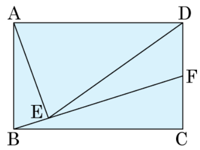
▶ 답 :

▷ 정답 : 20 °

해설

선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,
$\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$
점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$는 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90°$ 이다.
$\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90°$
$\therefore\ \angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90° - 70° = 20°$

72. 다음 직사각형 ABCD 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70°$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

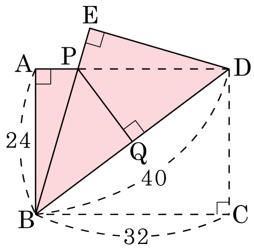
▶ 답 :

▷ 정답 : 20 °

해설

선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,
$\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$
점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$는 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90°$ 이다.
$\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90°$
$\therefore\ \angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90° - 70° = 20°$

73. 다음 그림은 $\overline{AB}=24$, $\overline{BC}=32$, $\overline{BD}=40$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)

$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)

따라서 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.

점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ}=20$

$\angle BQP = \angle BED = 90°$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)

$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)

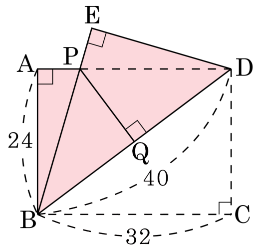
따라서 $\overline{BQ} : \overline{BE} = \overline{PQ} : \overline{ED}$

$20 : 32 = \overline{PQ} : 24$

$\therefore\ \overline{PQ} = \dfrac{20 \times 24}{32} = 15$

따라서 $\overline{PQ}=15$ 이다.

74. 다음 그림은 $\overline{AB}=24$, $\overline{BC}=32$, $\overline{BD}=40$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)

$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)

따라서 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.

점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ}=20$

$\angle BQP = \angle BED = 90°$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)

$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)

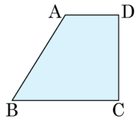
따라서 $\overline{BQ} : \overline{BE} = \overline{PQ} : \overline{ED}$

$20 : 32 = \overline{PQ} : 24$

$\therefore\ \overline{PQ} = \dfrac{20 \times 24}{32} = 15$

따라서 $\overline{PQ}=15$ 이다.

75. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=5,\ \overline{BC}=6,\ \overline{CD}=4,\ \overline{AD}=3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90°$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.

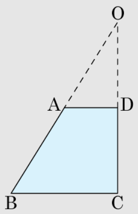


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

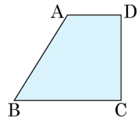
▷ 정답 : 84π

해설



변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 $1:8$ 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times(6\times6\times\pi)\times8=96\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi\times\frac{7}{8}=84\pi$ 이다.

76. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=5,\ \overline{BC}=6,\ \overline{CD}=4,\ \overline{AD}=3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90°$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.

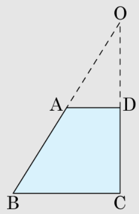


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

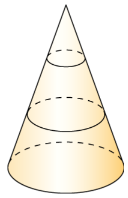
▷ 정답 : 84π

해설



변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 $1:8$ 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times(6\times6\times\pi)\times8=96\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi\times\frac{7}{8}=84\pi$ 이다.

77. 다음 그림과 같이 부피가 108π 인 원뿔을 모선의 삼등분점을 지나면서 밑면에 평행한 평면으로 잘랐을 때, 잘려진 세 입체도형 중 가운데 부분에 있던 원뿔대의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

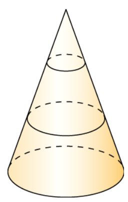
▶ 답 :

▷ 정답 : 28π

해설

가장 작은 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{1}{27}$ 이므로 $\frac{1}{27}\times 108\pi = 4\pi$
또 가장 아래쪽에 있는 원뿔대를 뺀 나머지 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{8}{27}$ 이므로 $\frac{8}{27}\times 108\pi = 32\pi$
따라서 가운데 원뿔대의 부피는 $32\pi - 4\pi = 28\pi$ 이다.

78. 다음 그림과 같이 부피가 108π 인 원뿔을 모선의 삼등분점을 지나면서 밑면에 평행한 평면으로 잘랐을 때, 잘려진 세 입체도형 중 가운데 부분에 있던 원뿔대의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

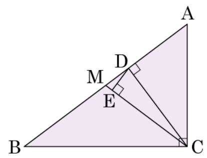
▶ 답 :

▷ 정답 : 28π

해설

가장 작은 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{1}{27}$ 이므로 $\frac{1}{27}\times 108\pi = 4\pi$
또 가장 아래쪽에 있는 원뿔대를 뺀 나머지 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{8}{27}$ 이므로 $\frac{8}{27}\times 108\pi = 32\pi$
따라서 가운데 원뿔대의 부피는 $32\pi - 4\pi = 28\pi$ 이다.

79. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{DE} \perp \overline{MC}$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라



.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{252}{125}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{AB} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{BC} \times \overline{AC} \times \frac{1}{2}$

$15 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{CD} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

$\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$15 : 9 = 9 : \overline{AD}$

$\therefore \ \overline{AD} = \frac{27}{5}$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

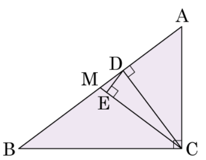
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{15}{2}$

$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10}$

$\triangle CMD$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{MD} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$

따라서 $\frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \overline{DE} \times \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{252}{125}$ 이다.

80. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{DE} \perp \overline{MC}$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라



.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{252}{125}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{AB} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{BC} \times \overline{AC} \times \frac{1}{2}$

$15 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{CD} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

$\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$15 : 9 = 9 : \overline{AD}$

$\therefore \ \overline{AD} = \frac{27}{5}$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

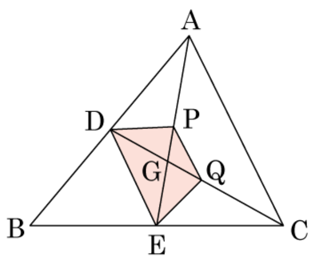
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{15}{2}$

$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10}$

$\triangle CMD$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{MD} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$

따라서 $\frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \overline{DE} \times \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{252}{125}$ 이다.

81. 다음 $\triangle ABC$ 에서 P, Q 는 각각 두 중선 AE 와 CD 의 중점이다. $\triangle ABC = 24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □DEQP 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle DGP = \frac{1}{4}\triangle GEC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \ (\mathrm{cm}^2)$

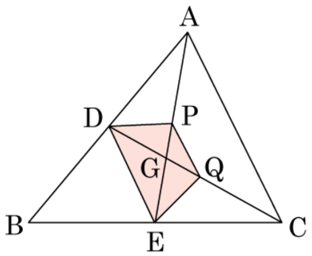
$\triangle GEQ = \frac{1}{4}\triangle ADG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle DEG = \frac{1}{4}\triangle AGC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 24 = 2 \ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle PGQ = \frac{1}{4}\triangle DEG = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \ \square DEQP = 1 + 1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \ (\mathrm{cm}^2)$

82. 다음 $\triangle ABC$ 에서 P, Q 는 각각 두 중선 AE 와 CD 의 중점이다. $\triangle ABC = 24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square DEQP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle DGP = \frac{1}{4}\triangle GEC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \ (\mathrm{cm}^2)$

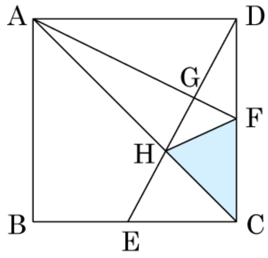
$\triangle GEQ = \frac{1}{4}\triangle ADG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle DEG = \frac{1}{4}\triangle AGC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 24 = 2 \ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle PGQ = \frac{1}{4}\triangle DEG = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \ \square DEQP = 1 + 1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \ (\mathrm{cm}^2)$

83. 다음 그림은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?

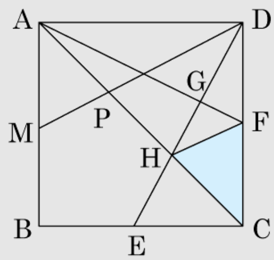


[배점 6, 상상]

① $5\,\mathrm{cm}^2$
② $\frac{16}{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $\frac{17}{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $6\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\frac{19}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면, $\overline{AP} = \overline{PH} = \overline{HC}$ 이므로



$\triangle DHC = \frac{1}{3}\triangle ACD$,

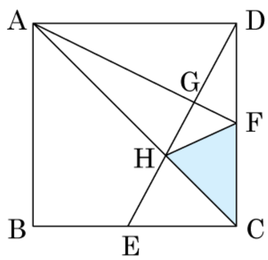
$\triangle HFC = \frac{1}{2}\triangle DHC$

$\triangle HCF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ACD$

$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{12} \times 8 \times 8 = \frac{16}{3} \ (\mathrm{cm}^2)$

84. 다음 그림은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?

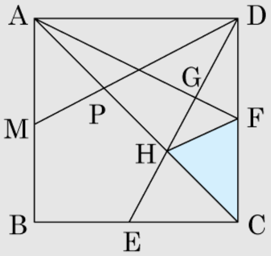


[배점 6, 상상]

① $5\,\mathrm{cm}^2$
② $\frac{16}{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $\frac{17}{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $6\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\frac{19}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면, $\overline{AP}=\overline{PH}=\overline{HC}$ 이므로



$\triangle DHC=\frac{1}{3}\triangle ACD$,

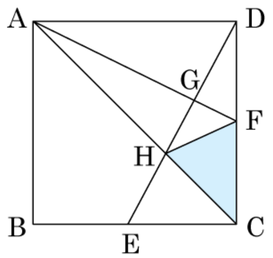
$\triangle HFC=\frac{1}{2}\triangle DHC$

$\triangle HCF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 8\times 8=\frac{16}{3}\ (cm^2)$

85. 다음 그림은 한 변의 길이가 $6\,cm$ 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

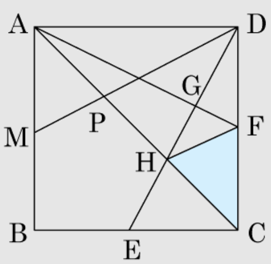
▶ 답 :

▷ 정답 : $3\,cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면

$\overline{AP}=\overline{PH}=\overline{HC}$ 이므로



$\triangle DHC=\frac{1}{3}\triangle ACD$

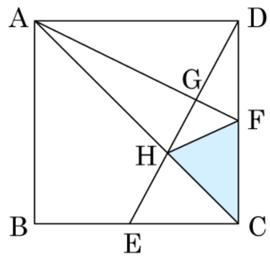
$\triangle HFC=\frac{1}{2}\triangle DHC$

$\triangle HCF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 6\times 6=3\ (cm^2)$

86. 다음 그림은 한 변의 길이가 $6\,cm$ 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

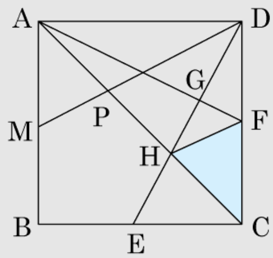
▶ 답 :

▷ 정답 : $3\,cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면

$\overline{AP}=\overline{PH}=\overline{HC}$ 이므로



$\triangle DHC=\frac{1}{3}\triangle ACD$

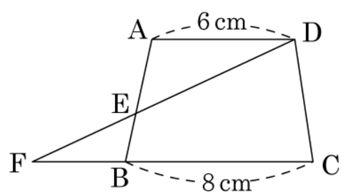
$\triangle HFC=\frac{1}{2}\triangle DHC$

$\triangle HCF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 6\times 6=3\ (cm^2)$

87. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE}:\overline{EB}=7:4$, $\triangle AED=21\,cm^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하면?



[배점 6, 상상]

① $\frac{400}{7}\,cm^2$ ② $\frac{320}{7}\,cm^2$ ③ $\frac{360}{7}\,cm^2$

④ $\frac{400}{7}\,cm^2$ ⑤ $\frac{440}{7}\,cm^2$

해설

점 E 를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE}:\overline{EB}=7:4$ 이므로

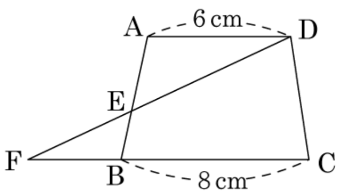
$\overline{AD}:\overline{FB}=7:4$ $\quad\therefore\ \overline{FB}=\dfrac{24}{7}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AED=\dfrac{1}{2}\times 6\times\overline{GE}=21\ (\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\overline{GE}=7\ (\mathrm{cm})$, $\overline{GH}=11\ (\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle DFC&=\frac{1}{2}\times\left(\frac{24}{7}+8\right)\times 11\\&=\left(\frac{12}{7}+\frac{28}{7}\right)\times 11\\&=\frac{440}{7}\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

88. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE}:\overline{EB}=7:4$, $\triangle AED=21\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하면?



[배점 6, 상상]

① $\dfrac{400}{7}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\dfrac{320}{7}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\dfrac{360}{7}\,\mathrm{cm}^2$

④ $\dfrac{400}{7}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{440}{7}\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 E 를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE}:\overline{EB}=7:4$ 이므로

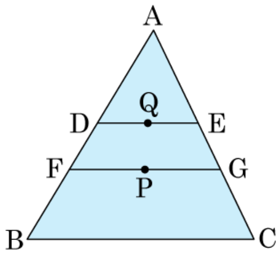
$\overline{AD}:\overline{FB}=7:4$ $\quad\therefore\ \overline{FB}=\dfrac{24}{7}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AED=\dfrac{1}{2}\times 6\times\overline{GE}=21\ (\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\overline{GE}=7\ (\mathrm{cm})$, $\overline{GH}=11\ (\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle DFC&=\frac{1}{2}\times\left(\frac{24}{7}+8\right)\times 11\\&=\left(\frac{12}{7}+\frac{28}{7}\right)\times 11\\&=\frac{440}{7}\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

89. 다음 그림에서 $\overline{DE}//\overline{FG}//\overline{BC}$ 이다. $\triangle AFG$ 와 $\square FBCG$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?
(단, Q는 $\triangle AFG$ 의 무게중심이며 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)

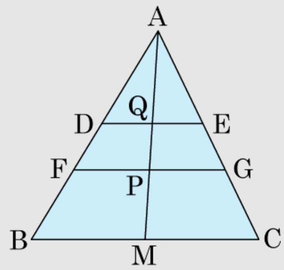


[배점 6, 상상]

① 2:3 ② 3:4 ③ 4:5 ④ 5:6 ⑤ 6:7

해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면



$\overline{AQ}:\overline{QP}=\overline{AP}:\overline{PM}=2:1$

$\overline{AQ}=2\overline{QP}$, $\overline{AP}=3\overline{QP}$

$\overline{PM}=\dfrac{1}{2}\overline{AP}=\dfrac{3}{2}\overline{QP}$

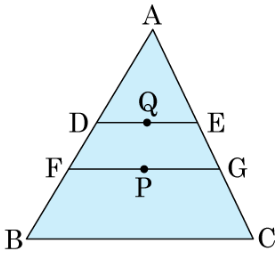
$\overline{AQ}:\overline{QP}:\overline{PM}=2\overline{QP}:\overline{QP}:\overline{PM}=2\overline{QP}:\overline{QP}:\dfrac{3}{2}\overline{QP}=4:2:3$

$\triangle ADE\backsim\triangle AFG\backsim\triangle ABC$이고 그 닮음비가 $4:6:9$ 이므로 각 삼각형의 밑변과 높이의 길이의 비도 $4:6:9$ 이며 넓이의 비는 $4^2:6^2:9^2$ 이다.

$\therefore\ \triangle AFG:\square FBCG$

$=\triangle AFG:(\triangle ABC-\triangle AFG)=36:45=4:5$

90. 다음 그림에서 $\overline{DE}//\overline{FG}//\overline{BC}$ 이다. $\triangle AFG$ 와 $\square FBCG$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?
(단, Q는 $\triangle AFG$의 무게중심이며 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.)

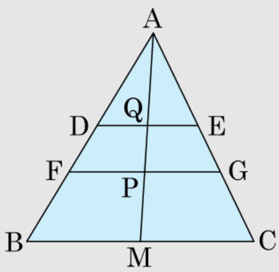


[배점 6, 상상]

① 2:3 ② 3:4 ③ 4:5 ④ 5:6 ⑤ 6:7

해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면



$\overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AP} : \overline{PM} = 2:1$

$\overline{AQ} = 2\overline{QP}, \overline{AP} = 3\overline{QP}$

$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AP} = \frac{3}{2}\overline{QP}$

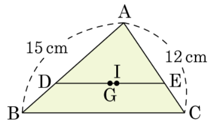
$\overline{AQ} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \frac{3}{2}\overline{QP} = 4:2:3$

$\triangle ADE \backsim \triangle AFG \backsim \triangle ABC$이고 그 닮음비가 $4:6:9$ 이므로 각 삼각형의 밑변과 높이의 길이의 비도 $4:6:9$ 이며 넓이의 비는 $4^2 : 6^2 : 9^2$ 이다.

$\therefore \triangle AFG : \square FBCG$

$= \triangle AFG : (\triangle ABC - \triangle AFG) = 36 : 45 = 4 : 5$

91. 다음 그림에서 점 G, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 내심이다. $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?.



[배점 6, 상상]

① 12cm ② 12.5cm ③ 13cm
④ 13.5cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 2:3$ 이므로

$\overline{AD} : 15 = 2:3, \overline{AD} = 10\,(cm), \overline{DB} = 5(cm)$

$\overline{AE} : \overline{AC} = 2:3$ 이므로

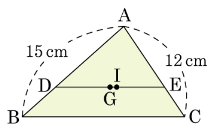
$\overline{AE} : 12 = 2:3, \overline{AE} = 8\,(cm), \overline{EC} = 4\,(cm)$

$\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = 5+4 = 9\,(cm)$

$\overline{DE} : \overline{BC} = 2:3$ 이므로

$9 : \overline{BC} = 2:3, \overline{BC} = 13.5\,(cm)$

92. 다음 그림에서 점 G, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 내심이다. $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?.



[배점 6, 상상]

① 12cm ② 12.5cm ③ 13cm
④ 13.5cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 3$ 이므로
$\overline{AD} : 15 = 2 : 3, \overline{AD} = 10\,(cm)\,, \overline{DB} = 5(cm)$
$\overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3$ 이므로
$\overline{AE} : 12 = 2 : 3, \overline{AE} = 8\,(cm)\,, \overline{EC} = 4\,(cm)$
$\overline{DI} = \overline{DB}\,, \overline{EI} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = 5+4 = 9\,(cm)$
$\overline{DE} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로
$9 : \overline{BC} = 2 : 3, \overline{BC} = 13.5\,(cm)$

93. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 6, 상상]

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형

② 반지름의 길이가 다른 두 원

③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형

④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

94. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 6, 상상]

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형

② 반지름의 길이가 다른 두 원

③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형

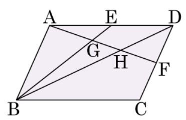
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

95. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{GH}}$ 의 값을 구하여라.



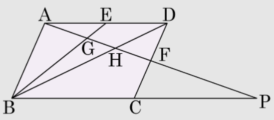
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

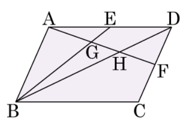
$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \frac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$

따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \frac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\frac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}} = \frac{15}{4}$ 이다.

96. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\frac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}}$ 의 값을 구하여라.



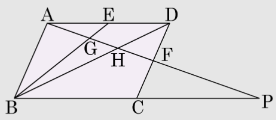
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

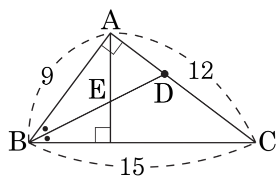
$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \frac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$

따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \frac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\frac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}} = \frac{15}{4}$ 이다.

97. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{BD}}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AH}}$ 와 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{\mathrm{AB}} = 9$, $\overline{\mathrm{BC}} = 15$, $\overline{\mathrm{AC}} = 12$ 일 때, △AED 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$

$9 : 15 = 3 : 5$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD = \frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$81 = \overline{BH} \times 15 \qquad \therefore\ \overline{BH} = \frac{27}{5}$

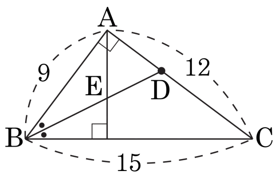
이 때, $\triangle ABD \backsim \triangle HBE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$

$\therefore\ \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle AED = \frac{2}{5}\triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$

98. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$

$9 : 15 = 3 : 5$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD = \frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$81 = \overline{BH} \times 15 \qquad \therefore\ \overline{BH} = \frac{27}{5}$

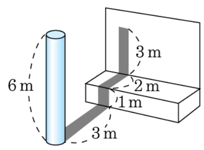
이 때, $\triangle ABD \backsim \triangle HBE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$

$\therefore\ \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle AED = \frac{2}{5}\triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$

99. 다음 그림은 담 벽에 나타난 전봇대의 그림자이다. 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 다음과 같을 때, 같은 시각에 2m 길이의 막대의 그림자의 길이를 구하여라. (단, 막대는 그림자가 담벽에 놓이지 않는 위치에 세운다.)



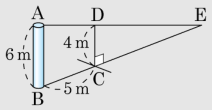
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 m

해설

$\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선을 그어 만나는 점을 E 라고 하면 주어진 그림자는 다음 그림의 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.



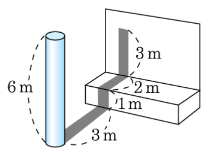
$\triangle ECD \backsim \triangle EBA$ 에서

$\overline{EC} : \overline{EC} + 5 = 4 : 6$

$\therefore\ \overline{EC} = 10\text{m}$

즉, 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 15m 이므로 2m 길이의 막대의 그림자의 길이는 5m 이다.

100. 다음 그림은 담 벽에 나타난 전봇대의 그림자이다. 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 다음과 같을 때, 같은 시각에 2m 길이의 막대의 그림자의 길이를 구하여라. (단, 막대는 그림자가 담벽에 놓이지 않는 위치에 세운다.)



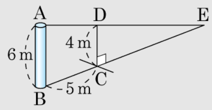
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 m

해설

$\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선을 그어 만나는 점을 E 라고 하면 주어진 그림자는 다음 그림의 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.



$\triangle ECD \backsim \triangle EBA$ 에서

$\overline{EC} : \overline{EC} + 5 = 4 : 6$

$\therefore\ \overline{EC} = 10\text{m}$

즉, 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 15m 이므로 2m 길이의 막대의 그림자의 길이는 5m 이다.