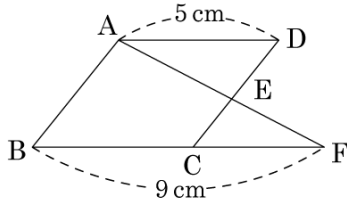


문제 풀이 과제

1. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{BF} = 9\text{cm}$, $\triangle ECF = 4\text{cm}^2$ 이면 $\triangle AED$ 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6.25cm^2

해설

$\triangle AED \sim \triangle FEC$ (AA 닮음)

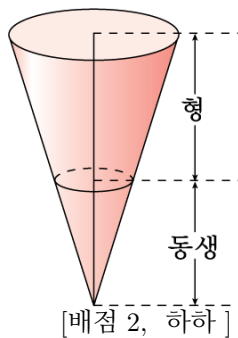
닮음비는 5 : 4 이므로 넓이의 비는 25 : 16 이다.

$\triangle AED$ 의 넓이를 x 라 하면

$$25 : 16 = x : 4$$

$$\therefore x = 6.25(\text{cm}^2)$$

2. 형과 동생이 원뿔 모양의 아이스크림을 사서 다음 그림과 같이 높이를 반으로 나누어 동생이 아래쪽을, 형이 위쪽을 먹었다면 형은 동생이 먹은 양의 몇 배를 먹었는가?



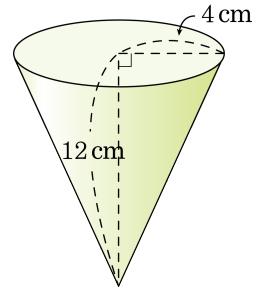
[배점 2, 하하]

- ① 2배 ② 3배 ③ 4배
④ 7배 ⑤ 8배

해설

형이 먹은 부분과 동생이 먹은 부분의 밑면의 지름의 길이는 2 : 1 이므로 부피의 비는 8 : 1 이다. 그러므로 형이 먹은 부분은 7, 동생이 먹은 부분은 1 이어서 형은 동생의 7 배를 먹었다.

3. 다음 그림과 같은 원뿔모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채웠다고 할 때, 수면의 넓이를 알맞게 구한 것은?



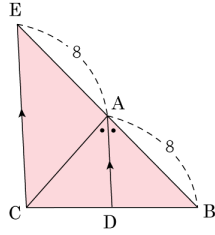
[배점 2, 하하]

- ① πcm^2 ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $10\pi\text{cm}^2$

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다. 따라서 수면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



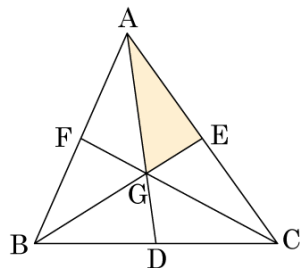
[배점 2, 하하]

- ① $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$
 ② $\overline{AC} = 8$
 ③ $\angle DAC = \angle ACE$
 ④ $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.
 ⑤ $\angle BAD = \angle AEC$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ACE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\angle DAC = \angle ACE$ 이다. 따라서 $\angle BAD = \angle AEC$ 이고 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다.

5. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 54 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle AGE$ 의 넓이를 구하여라.



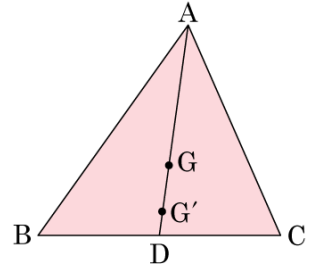
[배점 2, 하하]

- ① 5 cm^2 ② 6 cm^2 ③ 7 cm^2
 ④ 8 cm^2 ⑤ 9 cm^2

해설

$$\triangle FBG = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 54 = 9 (\text{cm}^2)$$

6. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 점 G' 는 $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{G'D}$ 의 길이는?



[배점 2, 하하]

▶ 답:

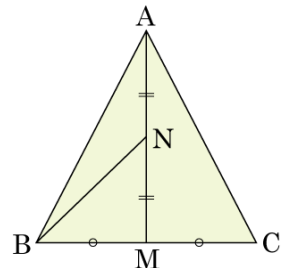
▶ 정답: $\frac{4}{3} \text{ cm}$

해설

$$\overline{GD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4 (\text{cm}),$$

$$\overline{G'D} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} (\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 의 중점을 N 이라고 하자. $\triangle ABN = 5 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

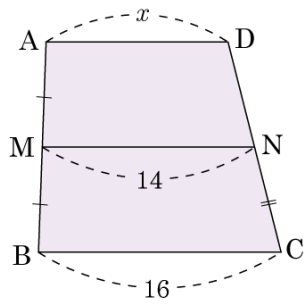
▶ 답:

▶ 정답: 20 cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABN &= \frac{1}{4} \triangle ABC, \\ 5 &= \frac{1}{4} \times \triangle ABC, \\ \therefore (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= 20 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, 점 M, N이 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

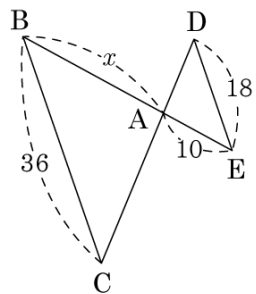
▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$14 = \frac{1}{2}(x + 16), x = 12$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 20$

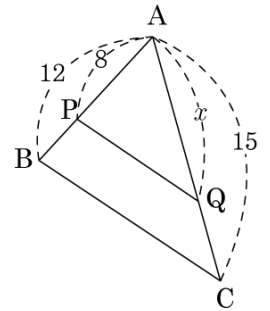
해설

$$\begin{aligned}18 : 36 &= 10 : x \\ \therefore x &= 20\end{aligned}$$

10. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

[배점 2, 하하]

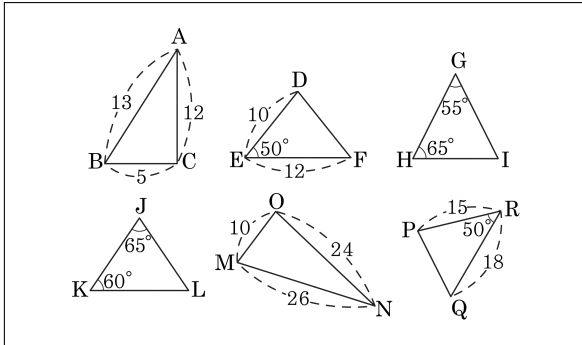
- ① 12 ② 11
③ 10 ④ 9
⑤ 8



해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} : \overline{AP} &= \overline{AC} : \overline{AQ} \\ 12 : 8 &= 15 : x \\ x &= 10\end{aligned}$$

11. 다음 중 닮음인 도형끼리 짝지은 것을 모두 고르면?
(정답 3개)



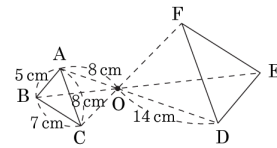
[배점 3, 하상]

- ① $\triangle ABC \sim \triangle PRQ$ ② $\triangle GHI \sim \triangle LJK$
 ③ $\triangle DEF \sim \triangle LJK$ ④ $\triangle ABC \sim \triangle NMO$
 ⑤ $\triangle DEF \sim \triangle PRQ$

해설

- ② $\triangle GHI$ 와 $\triangle LJK$ 에서
 $\angle I = 180^\circ - (55^\circ + 65^\circ) = 60^\circ = \angle K$,
 $\angle H = \angle J = 65^\circ$
 $\therefore \triangle GHI \sim \triangle LJK$ (AA 닮음)
 ④ $\triangle ABC$ 와 $\triangle NMO$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{NM} = \overline{BC} : \overline{MO} = \overline{CA} : \overline{ON} = 1 : 2$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle NMO$ (SSS 닮음)
 ⑤ $\triangle DEF$ 와 $\triangle PRQ$ 에서
 $\overline{DE} : \overline{PR} = \overline{EF} : \overline{RQ} = 2 : 3$, $\angle E = \angle R = 50^\circ$
 $\therefore \triangle DEF \sim \triangle PRQ$ (SAS 닮음)

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 는 점 O 를 닮음의 중심으로 닮음의 위치에 있다. $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35cm

해설

$$\overline{OA} : \overline{OD} = 8 : 14 = 4 : 7$$

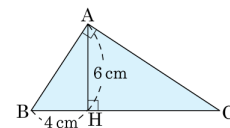
닮음비가 4 : 7 이므로 둘레의 길이의 비도 4 : 7 이다.

$\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 x cm 라고 하면

$$20 : x = 4 : 7$$

$$x = 35$$

13. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 36cm^2
 ④ 40cm^2 ⑤ 42cm^2

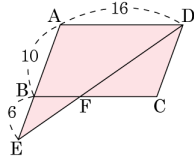
해설

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$$

$$36 = 4 \times \overline{CH}, \overline{CH} = 9(\text{cm})$$

$$(\triangle AHC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DF}$ 의 연장선과의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



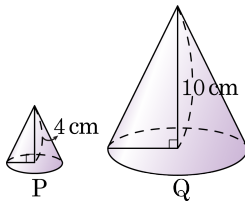
[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$\triangle BEF \sim \triangle CDF$ 이므로 $\overline{CF} = x$ 라 하면
 $\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$
 $6 : 10 = (16 - x) : x$
 $\therefore x = 10$

15. 다음 두 원뿔은 닮은 도형이고, 작은 원뿔의 옆넓이가 12cm^2 일 때, 큰 원뿔의 옆넓이는?



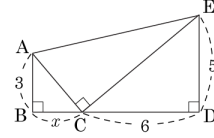
[배점 3, 하상]

- ① 50cm^2 ② 55cm^2 ③ 60cm^2
 ④ 75cm^2 ⑤ 80cm^2

해설

닮음비가 2 : 5 이므로, 넓이의 비는 $2^2 : 5^2 = 4 : 25$
 $4 : 25 = 12 : x$
 $\therefore x = 75$

16. 아래 그림에서 $\angle B = \angle D = \angle ACE = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이를 구하면?



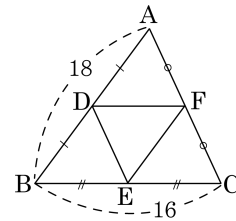
[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\triangle ABC \sim \triangle CDE$ 이므로 $3 : 6 = x : 5$
 $\therefore x = 2.5$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 각 변의 중점이 점 D, E, F 이고, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 24 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

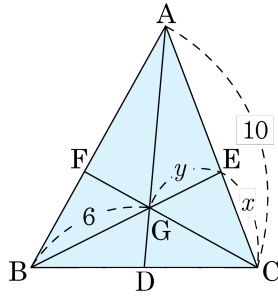
▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

중점연결정리에 의해
 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BA}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 이다.
 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BA} + \overline{CB}) = 24$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 48$ 이다. 따라서
 $\overline{AC} = 48 - 18 - 16 = 14$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $x+y$ 의 값은?



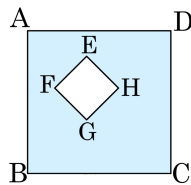
[배점 3, 하상]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

BE가 중선이므로 $\overline{CE} = \overline{AE}$
 $x = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로 $6 : y = 2 : 1$
 $y = 3$
 $\therefore x + y = 5 + 3 = 8$

19. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD의 내부에 정사각형 EFGH가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 3:1일 때, 정사각형 EFGH와 색칠한 부분의 넓이의 비는?



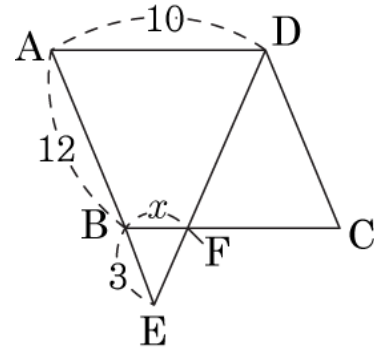
[배점 3, 하상]

- ① 1:3 ② 1:4 ③ 1:6
 ④ 1:8 ⑤ 1:9

해설

넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 $\square EFGH : \square ABCD = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 이다.
 따라서 $\square EFGH : (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 1 : 8$ 이다.

20. 다음 그림에서 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

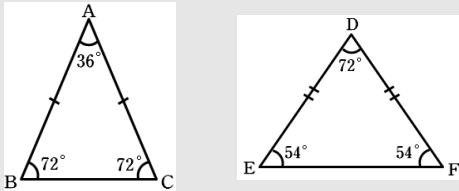
$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ 이다.
 $\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{CF}$ 이므로
 $3 : 12 = x : (10 - x)$
 $12x = 30 - 3x$
 $\therefore x = 2$

21. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 모든 원은 닮은도형이다.
- ② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.
- ③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.
- ④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.
- ⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

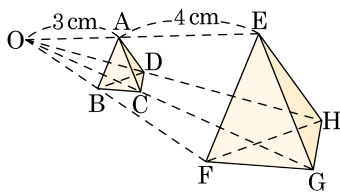
② (반례)



$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

- ③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.
- ④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

22. 두 사면체 A-BCD와 E-FGH의 모든 면은 각각 점 O를 닮음의 중심으로 갖는 닮음의 위치에 있는 도형이다. 사면체 E-FGH의 겉넓이가 112cm^2 인 정사면체일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

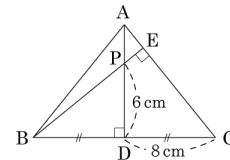
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{36}{7}\text{cm}^2$

해설

닮음비가 3 : 7 이므로 겉넓이의 비는 9 : 49
따라서 A-BCD의 겉넓이는 $112 \times \frac{9}{49} = \frac{144}{7}$
(cm^2)이다. 정사면체의 네 면은 모두 합동이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{144}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{36}{7}$ (cm^2)이다.

23. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \perp \overline{BE}$ 이고, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 P라고 한다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 8\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?



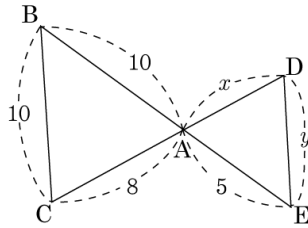
[배점 4, 중중]

- ① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm
- ④ $\frac{14}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{17}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle BDP$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\angle PBD = \angle CAD$
 $\angle PDB = \angle CDA = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle BDP \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)
 $\overline{BD} : \overline{PD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로 $8 : 6 = \overline{AD} : 8$
 $\overline{AD} = \frac{32}{3}$
 $\therefore \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$ (cm)

24. 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



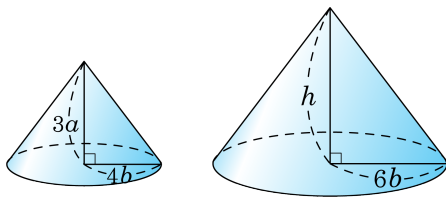
[배점 4, 중중]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음) 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$
 $\Leftrightarrow 10 : 5 = 8 : x = 10 : y$
 $x = 4, y = 5$
 $\therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = x + y + \overline{DE}$
 $= 4 + 5 + 5 = 14$

25. 다음 그림의 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 큰 원뿔의 높이를 구하면?



[배점 4, 중중]

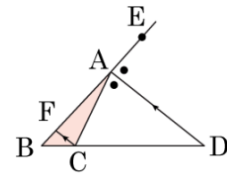
- ① $\frac{7}{3}a$ ② $7a$ ③ $\frac{9}{2}a$
 ④ $9a$ ⑤ $12a$

해설

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $4b : 6b = 2 : 3$
 이므로 $2 : 3 = 3a : h$
 따라서 $h = \frac{9}{2}a$ 이다.

26. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 임을 증명한 것이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

보기



$\triangle ABC$ 에서

[가정] $\angle CAD = \angle DAE$

[결론] $\overline{AB} : \overline{AC} = \boxed{\text{(가)}} : \overline{CD}$

[증명] 그림과 같이 점 C를 지나 변 AD에 평행한 직선이 변 BA와 만나는 점을 F라 하면

$\angle EAD = \angle AFC$ (동위각)

$\angle DAC = \angle ACF$ $\boxed{\text{(나)}}$

가정에서 $\angle CAD = \angle DAE$ 이므로 $\angle AFC = \angle ACF$ 이다.

따라서 $\triangle AFC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AF} = \boxed{\text{(다)}} \dots \textcircled{1}$

또한, $\overline{AD} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{BD} : \overline{CD} \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

[배점 4, 중중]

- ① $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AC}$ ② $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{AD}$
 ③ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AC}$ ④ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{AE}$
 ⑤ $\overline{BD}$, 엇각, $\overline{CF}$

해설

$\overline{BD}$, $\angle$, $\overline{AC}$

27. 세 정육면체 A, B, C 가 있다. A, B 의 겉넓이의 비는 4 : 9 이고 B, C 의 겉넓이의 비는 1 : 4 일 때, A, B, C 의 부피의 비는? [배점 4, 중중]

- ① 1 : 2 : 3 ② 1 : 4 : 9
③ 4 : 9 : 36 ④ 8 : 27 : 216
⑤ 8 : 216 : 27

해설

세 정육면체 A, B, C 의 겉넓이의 비는 4 : 9 : 36 = $2^2 : 3^2 : 6^2$ 이므로 닮음비는 2 : 3 : 6이다. 따라서 부피의 비는 $2^3 : 3^3 : 6^3 = 8 : 27 : 216$ 이다.

28. 축척이 $\frac{1}{1000}$ 인 지도가 있다. 지도에서 10 cm 인 거리의 실제거리를 A , 실제거리가 500 m 일 때, 지도에서의 거리를 B 라고 할 때, A + 10B 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 15 m ② 50 m ③ 100 m
④ 105 m ⑤ 150 m

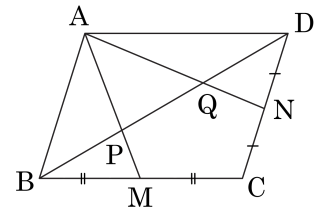
해설

축척이 1 : 1000 이므로 $10\text{cm} \times 1000 = 10000\text{cm}$ 따라서 A = 100 m 이다.

$500\text{m} = 50000\text{cm}$ 이므로 지도상의 거리는 $\frac{50000}{1000} = 50(\text{cm})$ 따라서 B = 0.5m 이다.

그러므로 A + 10B = 100 + 5 = 105 가 된다.

29. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$ 과의 교점이 P, Q 이다. $\square ABCD = 90\text{cm}^2$ 라고 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?

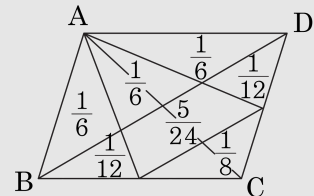


[배점 4, 중중]

- ① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2
④ 18cm^2 ⑤ 30cm^2

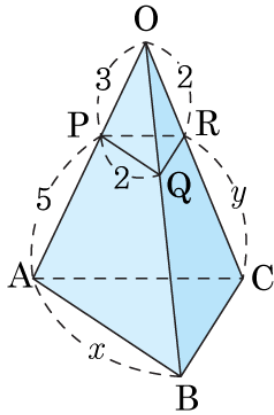
해설

$\square ABCD$ 의 넓이를 1 이라 할 때, 각 부분의 넓이는 다음과 같다.



따라서 $\triangle ABP = 90 \times \frac{1}{6} = 15$ 이다.

30. 다음 그림의 삼각뿔 $O-ABC$ 에서 $\triangle PQR$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x + y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \sim \triangle OAB$

$$3 : 8 = 2 : x$$

$$x = \frac{16}{3}$$

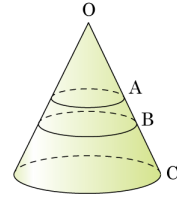
$\overline{PR} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \sim \triangle OAC$

$$3 : 5 = 2 : y$$

$$y = \frac{10}{3}$$

$$\therefore x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$$

31. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA} : \overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 1 : 2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 37 cm^3 일 때, 처음 원뿔의 부피는?



[배점 5, 상하]

- ① 216 cm^3 ② 218 cm^3 ③ 224 cm^3
④ 237 cm^3 ⑤ 245 cm^3

해설

$$\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} = 3 : 4 : 6$$

$$3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$$

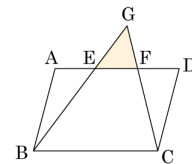
잘려진 입체도형의 부피의 비는

$$27 : (64 - 27) : (216 - 64) = 27 : 37 : 152$$

처음 원뿔의 부피를 x 라 하면

$$37 : 216 = 37 : x, \quad x = 216(\text{cm}^3)$$

32. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다. $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 의 연장선의 교점을 G 라 할 때, $\triangle ABE = 24 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

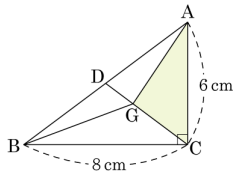
▶ 답 :

▷ 정답 : 12 cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABE &= \frac{1}{6} \square ABCD \\ \triangle GEF : \triangle GBC &= 1 : 9 \\ \triangle GEF &= \frac{1}{8} \square EBCF = \frac{1}{12} \square ABCD \\ \therefore \triangle ABE : \triangle GEF &= 2 : 1 \\ \triangle GEF &= \frac{1}{2} \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

33. 다음 그림에서 점 G는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



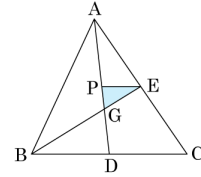
[배점 5, 상하]

- ① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2
④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle AGC &= \frac{2}{3} \triangle ADC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \triangle ABC \\ \triangle ABC &= 24 (\text{cm}^2) \\ \therefore \triangle AGC &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

34. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PGE$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



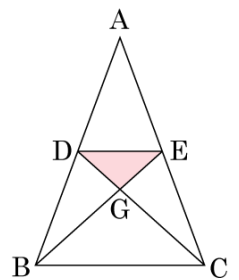
[배점 5, 상하]

- ① 0.5cm^2 ② 0.7cm^2 ③ 0.9cm^2
④ 1cm^2 ⑤ 1.2cm^2

해설

$$\begin{aligned}\overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} &= 3 : 1 : 2 \text{ 이므로} \\ \triangle PGE &= \frac{1}{4} \triangle AGE = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{24} \times 24 = 1 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

35. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle DGE$ 의 넓이를 구하면?



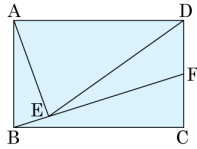
[배점 5, 상하]

- ① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2
④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle EGC &= \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 60 = 10(\text{cm}^2) \\ \overline{DG} : \overline{GC} &= 1 : 2 \text{ 이므로} \\ \triangle EDG : \triangle EGC &= 1 : 2, \\ \triangle EDG : 10 &= 1 : 2, \\ \therefore \triangle EDG &= 5(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

36. 다음 직사각형 ABCD 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

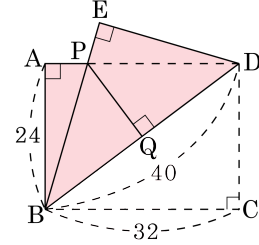
▶ 답 :

▷ 정답 : 20°

해설

선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,
 $\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$
 점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$ 는 이등변 삼각형
 이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90^\circ$ 이다.
 $\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90^\circ$
 $\therefore \angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

37. 다음 그림은 $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 32$, $\overline{BD} = 40$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

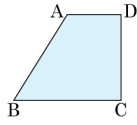
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)
 $\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)
 따라서 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.
 점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ} = 20$
 $\angle BQP = \angle BED = 90^\circ$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)
 $\triangle BQP \sim \triangle BED$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BQ} : \overline{BE} = \overline{PQ} : \overline{ED}$
 $20 : 32 = \overline{PQ} : 24$
 $\therefore \overline{PQ} = \frac{20 \times 24}{32} = 15$
 따라서 $\overline{PQ} = 15$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AD} = 3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.

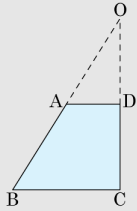


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 84π

해설



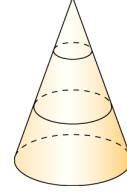
변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 1 : 8 이다.

그러므로 사다리꼴 $ABCD$ 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.

삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (6 \times 6 \times \pi) \times 8 = 96\pi$

따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi \times \frac{7}{8} = 84\pi$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 부피가 108π 인 원뿔을 모선의 삼등분점을 지나면서 밑면에 평행한 평면으로 잘랐을 때, 잘려진 세 입체도형 중 가운데 부분에 있던 원뿔대의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28π

해설

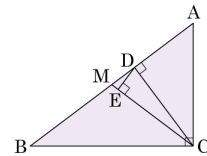
가장 작은 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{1}{27}$

이므로 $\frac{1}{27} \times 108\pi = 4\pi$

또 가장 아래쪽에 있는 원뿔대를 뺀 나머지 원뿔의 부피는 원래 원뿔의 부피의 $\frac{8}{27}$ 이므로 $\frac{8}{27} \times 108\pi = 32\pi$

따라서 가운데 원뿔대의 부피는 $32\pi - 4\pi = 28\pi$ 이다.

40. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{DE} \perp \overline{MC}$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라



[배점 5, 상하]

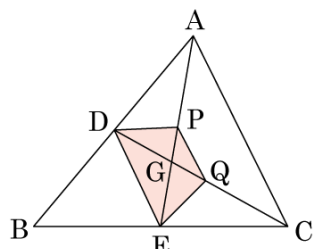
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{252}{125}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{AB} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{BC} \times \overline{AC} \times \frac{1}{2}$
 $15 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$
 $\therefore \overline{CD} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$
 $\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 를
이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면
 $15 : 9 = 9 : \overline{AD}$
 $\therefore \overline{AD} = \frac{27}{5}$
M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로
 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{15}{2}$
 $\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10}$
 $\triangle CMD$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{MD} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$
따라서 $\frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \overline{DE} \times \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{252}{125}$
이다.

41. 다음 $\triangle ABC$ 에서
P, Q는 각각 두 중선
AE와 CD의 중점이다.
 $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$
일 때, $\square DEQP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

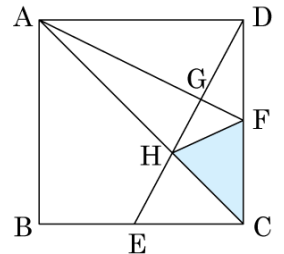
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$

해설

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle DGP = \frac{1}{4} \triangle GEC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle GEQ = \frac{1}{4} \triangle ADG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle DEG = \frac{1}{4} \triangle AGC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 24 = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle PGQ = \frac{1}{4} \triangle DEG = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \square DEQP = 1 + 1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

42. 다음 그림은 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형이다.
점 E, F가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



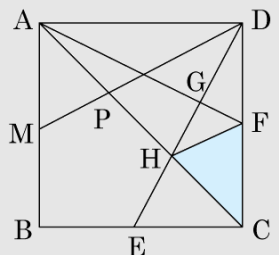
[배점 6, 상상]

- ① 5 cm^2 ② $\frac{16}{3} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{17}{3} \text{ cm}^2$
④ 6 cm^2 ⑤ $\frac{19}{3} \text{ cm}^2$

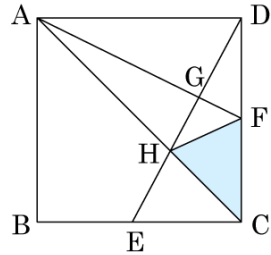
해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M과 점 D를 이으면, $\overline{AP} = \overline{PH} = \overline{HC}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle DHC &= \frac{1}{3} \triangle ACD, \\ \triangle HFC &= \frac{1}{2} \triangle DHC \\ \triangle HCF &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ACD \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \times 8 \times 8 = \frac{16}{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



43. 다음 그림은 한 변의 길이가 6cm 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 cm^2

해설

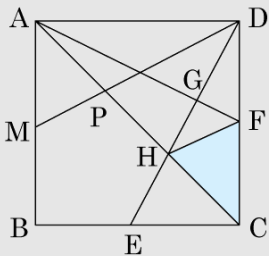
$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면

$\overline{AP} = \overline{PH} = \overline{HC}$ 이므로

$$\triangle DHC = \frac{1}{3} \triangle ACD$$

$$\triangle HFC = \frac{1}{2} \triangle DHC$$

$$\begin{aligned} \triangle HCF &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ACD \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \times 6 \times 6 = 3 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



해설

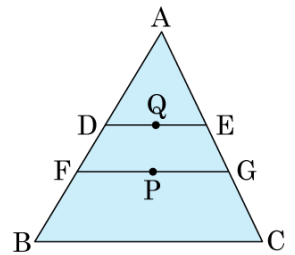
점 E 를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 4$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{FB} = 7 : 4 \quad \therefore \overline{FB} = \frac{24}{7} \text{ (cm)}$

$$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{GE} = 21 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이므로 } \overline{GE} = 7 \text{ (cm)}, \overline{GH} = 11 \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DFC &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{24}{7} + 8 \right) \times 11 \\ &= \left(\frac{12}{7} + \frac{28}{7} \right) \times 11 \\ &= \frac{440}{7} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

45. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{FG} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle AFG$ 와 $\square FBCG$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?

(단, Q는 $\triangle AFG$ 의 무게중심이며 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)



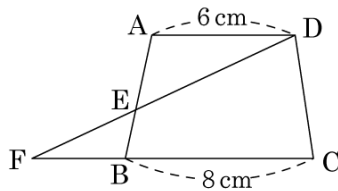
[배점 6, 상상]

- ① 2:3 ② 3:4 ③ 4:5 ④ 5:6 ⑤ 6:7

44. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 4$,

$\triangle AED = 21 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하면?

[배점 6, 상상]



- ① $\frac{400}{7} \text{ cm}^2$ ② $\frac{320}{7} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{360}{7} \text{ cm}^2$
④ $\frac{400}{7} \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{440}{7} \text{ cm}^2$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점을 M이라

하면

$$\overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AP} :$$

$$\overline{PM} = 2 : 1$$

$$\overline{AQ} = 2\overline{QP}, \overline{AP} =$$

$$3\overline{QP}$$

$$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AP} = \frac{3}{2}\overline{QP}$$

$$\overline{AQ} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} : \overline{PM} = 2\overline{QP} : \overline{QP} :$$

$$\frac{3}{2}\overline{QP} = 4 : 2 : 3$$

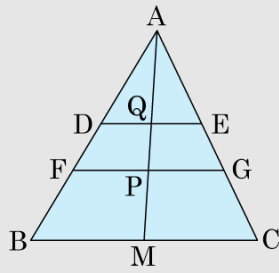
$\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ 이고 그 닮음비가

4 : 6 : 9 이므로 각 삼각형의 밑변과 높이의 길이의
비도 4 : 6 : 9 이며 넓이의 비는 $4^2 : 6^2 : 9^2$ 이다.

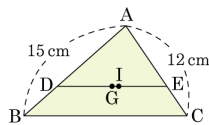
$$\therefore \triangle AFG : \square FBCG$$

$$= \triangle AFG : (\triangle ABC - \triangle AFG) = 36 : 45 = 4 :$$

5



46. 다음 그림에서 점 G, I는 각각 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 내심이다. $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?.



[배점 6, 상상]

- ① 12cm ② 12.5cm ③ 13cm
④ 13.5cm ⑤ 14cm

해설

$$\overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} : 15 = 2 : 3, \overline{AD} = 10 (\text{cm}), \overline{DB} = 5 (\text{cm})$$

$$\overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AE} : 12 = 2 : 3, \overline{AE} = 8 (\text{cm}), \overline{EC} = 4 (\text{cm})$$

$$\overline{DI} = \overline{DB}, \overline{EI} = \overline{EC} \text{ 이므로 } \overline{DE} = 5 + 4 = 9 (\text{cm})$$

$$\overline{DE} : \overline{BC} = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

$$9 : \overline{BC} = 2 : 3, \overline{BC} = 13.5 (\text{cm})$$

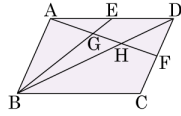
47. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 6, 상상]

- ① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형
② 반지름의 길이가 다른 두 원
③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴
⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

48. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\frac{\overline{AF}}{\overline{GH}}$ 의 값을 구하여라.



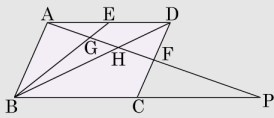
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$$\overline{AH} = \frac{2}{3}\overline{AF}$$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{BP} = 2\overline{CP} = 2\overline{BC}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

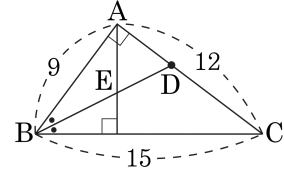
$$\overline{AG} : \overline{PG} = \frac{1}{2}\overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$$

$$\therefore \overline{AG} = \frac{2}{5}\overline{AF}$$

따라서 $\overline{HG} = \overline{AH} - \overline{AG} = \frac{4}{15}\overline{AF}$ 이므로

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{GH}} = \frac{15}{4} \text{ 이다.}$$

49. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$$

$$9 : 15 = 3 : 5$$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므

$$\text{로 } \triangle ABD = \frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$$81 = \overline{BH} \times 15 \quad \therefore \overline{BH} = \frac{27}{5}$$

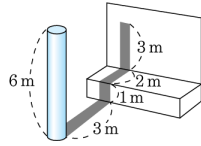
이 때, $\triangle ABD \sim \triangle HBE$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$$

$$\therefore \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{2}{5} \triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$$

50. 다음 그림은 담 벽에 나타난 전봇대의 그림자이다. 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 다음과 같을 때, 같은 시각에 2m 길이의 막대의 그림자의 길이를 구하여라. (단, 막대는 그림자가 담벽에 놓이지 않는 위치에 세운다.)



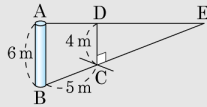
[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5m

해설

$\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선을 그어 만나는 점을 E 라고 하면 주어진 그림자는 다음 그림의 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.



$\triangle ECD \sim \triangle EBA$ 에서

$$\overline{EC} : \overline{EB} = 4 : 6$$

$$\therefore \overline{EC} = 10\text{m}$$

즉, 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 10m 이므로 2m 길이의 막대의 그림자의 길이는 5m 이다.