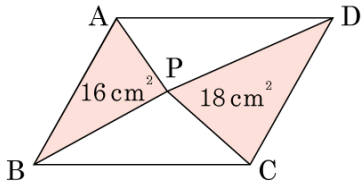


문제 풀이 과제

1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 16cm^2 , $\triangle PCD$ 의 넓이가 18cm^2 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

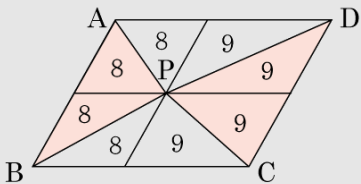
▶ 정답 : 68cm^2

해설

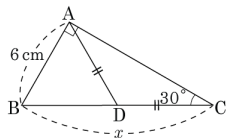
평행사변형의 넓이에서

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC \\ = \frac{1}{2}\square ABCD \text{ 이므로}$$

$$16 + 18 = \frac{1}{2}\square ABCD, \square ABCD = 68 (\text{cm}^2)$$



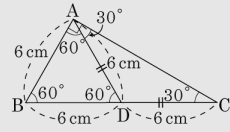
2. 다음 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

- ① 4cm ② 6cm ③ 8cm
④ 10cm ⑤ 12cm

해설

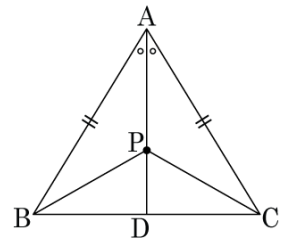


$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30^\circ$ 이다.

$\angle ADB = 60^\circ$, $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle ABD = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P에 대하여 다음 중 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

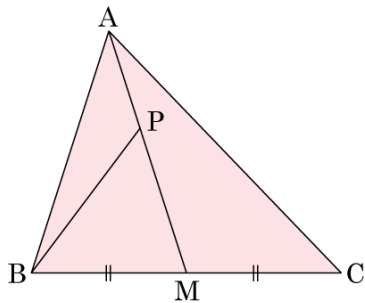
- ① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BC}$
③ $\overline{BP} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AP} = \overline{BP}$

⑤ $\triangle PDB \equiv \triangle PDC$

해설

⑤ $\overline{PD}$ 는 공통, $\angle PDB = \angle PDC = 90^\circ$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 SAS 합동이다.

4. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$ 이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$ 일 때 $\triangle PBM$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20cm^2

해설

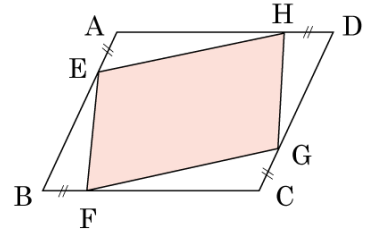
$\triangle ABM$ 과 $\triangle AMC$ 의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$$

$\triangle APB$ 와 $\triangle BMP$ 의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1 : 2$ 이므로

$$\triangle PBM = 30 \times \frac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$$

5. 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, $\square EFGH$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



[배점 3, 중하]

- ① $\overline{EH} = \overline{FG}$
- ② $\angle FEG = \angle FGH$
- ③ $\overline{EH} = \overline{FG}, \overline{EF} = \overline{HG}$
- ④ $\angle EFG = \angle GHE, \angle FEH = \angle FGH$
- ⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}, \overline{FG} = \overline{HG}$

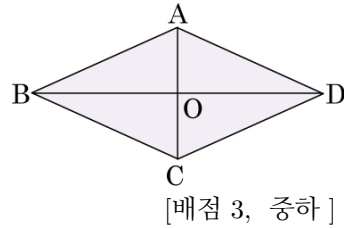
해설

$\triangle AEH, \triangle CGF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{AH} = \overline{FC}, \angle EAH = \angle FCG$ (SAS 합동)

$\triangle EBF, \triangle GDH$ 에서 $\overline{EB} = \overline{GD}, \overline{BF} = \overline{HD}, \angle EBF = \angle HDG$ (SAS 합동)

그러므로 $\overline{EF} = \overline{HG}, \overline{EH} = \overline{FG}$ 이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

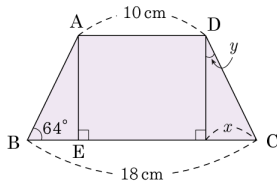
- ① $\overline{AO}$ 와 $\overline{OD}$ 는 직교한다.
 ② $\angle ABO = \angle OBC$
 ③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다.
 ④ $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
 ⑤ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이는 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E라고 할 때, x , y 를 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4\text{ cm}$

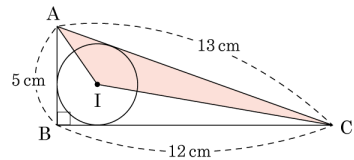
▷ 정답: $y = 26^\circ$

해설

꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 F라고 하면

등변사다리꼴에서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{CF}$, $x = 4\text{ cm}$, $y = 26^\circ$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이 I이고, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{AC} = 13\text{ cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13 cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F라고 하자.

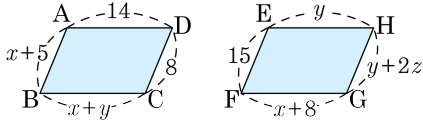
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore x = 2\text{ cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형이 있을 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

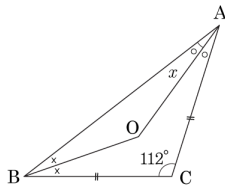
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

평행사변형의 대변의 길이는 서로 같다.
 평행사변형 ABCD 에서는 $14 = x + y$, $x + 5 = 8$
 평행사변형 EFGH 에서는 $y = x + 8$, $15 = y + 2z$
 $x = 3$, $y = 11$, $z = 2$
 $\therefore x + y + z = 16$

10. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112^\circ$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

- ① 15° ② 16° ③ 17°
 ④ 18° ⑤ 19°

해설

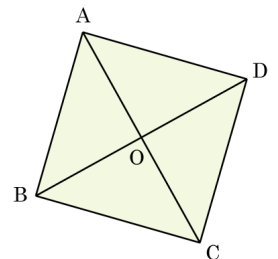
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$
 그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는
 점이 O 이므로

$$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$$

$$\text{따라서 } 4 \times x = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

$$\therefore x = 17^\circ$$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?



[배점 4, 중중]

- ① 직사각형 ② 평행사변형
 ③ 마름모 ④ 정사각형
 ⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 90° 인 평행사변형은 직사각형
 이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은
 마름모이다.

$\therefore \square ABCD$ 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크
 기도 같으므로 정사각형이다.

12. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가? [배점 4, 중중]

- ① 마름모 ② 직사각형
③ 사다리꼴 ④ 정사각형
⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.

사각형 → 평행사변형

등변사다리꼴 → 마름모

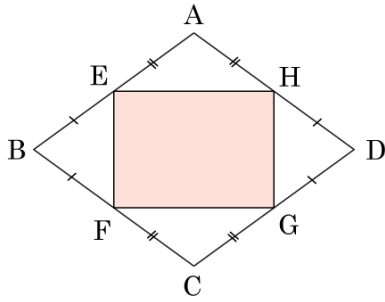
마름모 → 직사각형

직사각형 → 마름모

정사각형 → 정사각형

따라서 ①이 옳다.

13. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. ∠E 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90°

해설

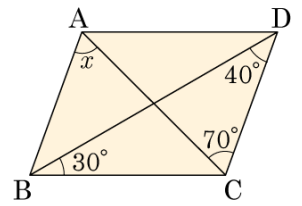
$\triangle AEH$ 와 $\triangle CFG$ 가 SAS 합동이고,

$\triangle BEF$ 와 $\triangle DHG$ 는 SAS 합동이므로

$\angle E = \angle F = \angle G = \angle H$ 이다.

따라서 □EFGH 는 직사각형이므로 $\angle E = 90^\circ$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

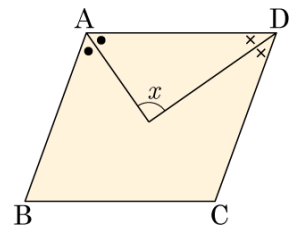
▶ 답 :

▶ 정답 : 70°

해설

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$, $x = 70^\circ$ 이다.

15. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수는?



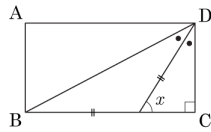
[배점 4, 중중]

- ① 90 ② 85 ③ 80 ④ 75 ⑤ 70

해설

$$\begin{aligned}\angle A + \angle D &= 180^\circ \\ \frac{1}{2}(\angle A + \angle D) &= 90^\circ \\ \therefore x &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$, $\angle BDE = \angle CDE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



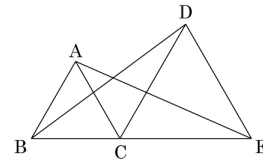
[배점 4, 중중]

- ① 45° ② 50° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°

해설

$$\begin{aligned}\angle BDE = a \text{ 라고 하면 } \angle BDE = \angle CDE = a \text{ 이고,} \\ \angle x = 2a \\ \triangle CDE \text{ 의 내각의 합을 이용하면} \\ 180^\circ = \angle CDE + \angle DEC + \angle ECD \\ = \angle a + 2\angle a + 90^\circ \\ = 3\angle a + 90^\circ \\ \therefore \angle a = 30^\circ \\ \text{한편 } \angle x = 2a \text{ 이므로} \\ \therefore \angle x = 60^\circ\end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 가 정삼각형일 때, $\overline{AE} = \overline{BD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



$\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 에서

$$\overline{AC} = \overline{BC}, \overline{CE} = \overline{CD}$$

$$\angle ACE = \angle ACD + \text{㉠}$$

$$= \angle ACD + \text{㉡}^\circ$$

$$\angle BCD = \angle ACD = \text{㉢}$$

$$= \angle ACD + \text{㉣}^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ACE = \text{㉤}$$

따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ (㉥ 합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{BD}$ 이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠ : $\angle DCE$ ② ㉡ : 60°
 ③ ㉢ : $\angle ACB$ ④ ㉤ : $\angle BDE$
 ⑤ ㉥ : SAS

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC}, \overline{CE} = \overline{CD}$$

$$\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE$$

$$= \angle ACD + 60^\circ$$

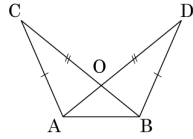
$$\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB$$

$$= \angle ACD + 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ACE = \angle BCD$$

따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ (SAS 합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{BD}$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle OAB$ 가 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다. 각 빈칸에 들어갈 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?



[가정] $\boxed{\text{㉠}}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
 [결론] $\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이다.
 [증명] $\triangle CAB$, $\triangle DAB$ 에서
 $\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$ 이고
 $\boxed{\text{㉡}}$ 는 공통이므로
 $\triangle CAB$ 와 $\triangle DAB$ 는 $\boxed{\text{㉢}}$ 합동이다.
 따라서 $\boxed{\text{㉣}}$ 이므로
 $\triangle OAB$ 는 $\boxed{\text{㉤}}$ 이다.

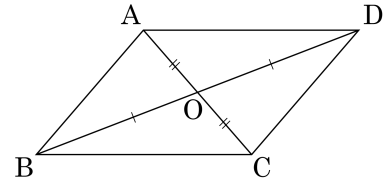
[배점 4, 중중]

- ① ㉠ : $\overline{CA} = \overline{DB}$
 ② ㉡ : $\overline{AB}$
 ③ ㉢ : SAS
 ④ ㉣ : $\angle CBA = \angle DAB$
 ⑤ ㉤ : 직각이등변삼각형

해설

[가정] $\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
 [결론] $\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이다.
 [증명] $\triangle CAB$, $\triangle DBA$ 에서
 $\overline{CA} = \overline{DB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$ 이고
 $\overline{AB}$ 는 공통이므로
 $\triangle CAB$ 와 $\triangle DBA$ 는 SSS 합동이다.
 따라서 $\angle CBA = \angle DAB$ 이므로
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.

19. 다음은 ‘두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. $\neg \sim \square$ 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{\neg}$
 [결론] $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 [증명] $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{\neg}$ (가정)
 $\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{\angle}$)
 따라서 $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ ($\boxed{\square}$ 합동)
 에서
 $\angle OAB = \boxed{\angle}$ 이므로
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \dots \text{㉠}$
 마찬가지로 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ 에서
 $\boxed{\square} = \angle OCB$ 이므로
 $\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \dots \text{㉡}$
 ㉠, ㉡에 의하여 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

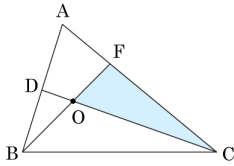
[배점 4, 중중]

- ① $\neg$: $\overline{OD}$ ② $\angle$: 맞꼭지각
 ③ $\square$: SAS ④ $\angle$: $\angle OCD$
 ⑤ $\square$: $\angle ODA$

해설

$\angle OAD = \angle OCB$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 5$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 1200 일 때, $\triangle COF$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중증]

▶ 답 :

▷ 정답 : 375

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$ 이므로
 $\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1200 = 600$
 $\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 5$ 이므로
 $\triangle ACO = \frac{5}{6}\triangle CAD = \frac{5}{6} \times 600 = 500$
 또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$ 이므로
 $\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 500 = 375$

21. 다음은 「 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 두 밑각 B, C 의 이등분선의 교점을 O 라 하면 $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳은 것은?

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABO = \angle OBC$
 ,
 $\angle ACO = \angle OCB$ 이다.
 [결론] (가)
 [증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle$ (나) = $\angle ACB$
 $\angle OBC =$ (다) $\times \angle ABC$
 $\angle$ (라) = (다) $\times \angle ACB$
 따라서 $\triangle OBC$ 는 (마) 이다.

[배점 5, 중상]

- ① (가) $\overline{OB} = \overline{OC}$ ② (나) $\angle ABO$
 ③ (다) $\frac{1}{4}$ ④ (라) $\angle ACB$
 ⑤ (마) 예각삼각형

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABO = \angle OBC$
 , $\angle ACO = \angle OCB$ 이다.
 [결론] $\overline{OB} = \overline{OC}$
 [증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB$
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC$
 $\angle OCB = \frac{1}{2} \times \angle ACB$
 따라서 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.

22. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

- ㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
- ㉡ 두 대각선의 길이가 같다.
- ㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
- ㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

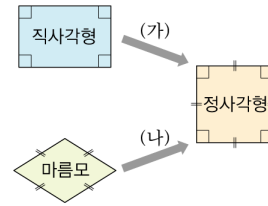
[배점 5, 중상]

- ① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡
- ② 평행사변형 : ㉠, ㉢
- ③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣
- ④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢
- ⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ① 등변사다리꼴 : ㉡
- ② 평행사변형 : ㉠
- ④ 직사각형 : ㉠, ㉡
- ⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

23. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나)의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



[배점 5, 중상]

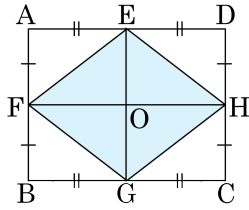
- ① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.
- ② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 90° 이다.
- ③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

- (1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
- (2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
- (3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

24. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 $\square EFGH$ 를 만들었다. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O라고 할 때, $\triangle EFO$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6cm^2

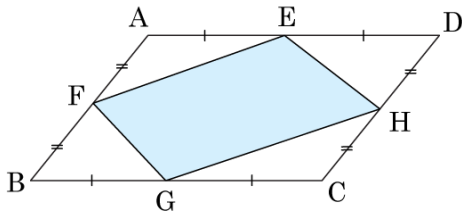
해설

$\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ 이다.

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 $\triangle EFO$ 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다. 각 변의 중점 E, F, G, H를 연결하여 만든 $\square EFGH$ 의 넓이가 24일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.

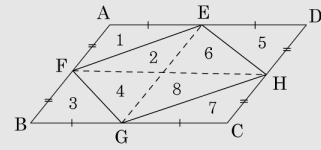


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설



다음 그림과 같이 보조선을 이어서 보면 $1 = 2$, $3 = 4$, $5 = 6$, $7 = 8$ 이다.

$\square EFGH$ 의 넓이 $2 + 4 + 6 + 8 = 24$ 이므로

$\square ABCD$ 의 넓이는 48이다.

26. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD에서 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 초속 4cm의 속도로 A에서 출발하여 B쪽으로, 점 Q는 매 초 7cm의 속도로 $\overline{CD}$ 위를 C에서 출발하여 D쪽으로 움직이고 있다. P가 출발한 지 9초 후에 Q가 출발할 때, 처음으로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 가 되는 것은 P가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21초

해설

Q가 출발한지 t 초 후의

P가 움직인 거리: $\overline{AP} = 4(9+t)$

Q가 움직인 거리: $\overline{CQ} = 7t$

$\overline{AP} = \overline{CQ}$ 에서 $4(9+t) = 7t$ 이므로 $t = 12$

$\therefore 12 + 9 = 21$ (초) 후이다.

27. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형

ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5m 의 속도로, 점 Q 는 7m 의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출

발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?

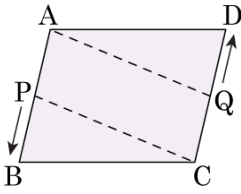
[배점 5, 중상]

- ① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초
④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

$\square APCQ$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초)이다.

$\overline{AP} = 5(x + 4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x + 4) = 7x$
 $\therefore x = 10$ (초)이다.

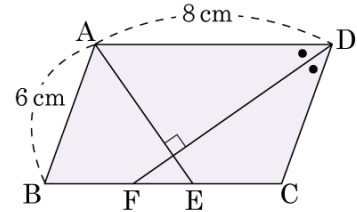


해설

$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$

따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90° 이므로 직사각형이다.

29. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

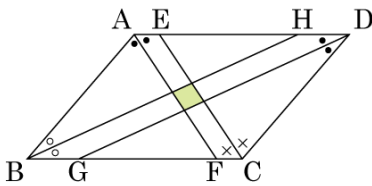


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 4 cm

28. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 빗금 친 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} \parallel \overline{EC}$, $\overline{BH} \parallel \overline{GD}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 직사각형

해설

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이므로

$\angle A + \angle D = 180^\circ \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90^\circ$ 인데

$\angle FDA + \angle DAE = 90^\circ$ 이므로

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle DAE = \angle EAB$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로,

$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)

$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\text{cm}$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$

30. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

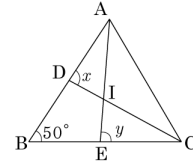
[배점 5, 중상]

- ① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$
 ③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$
 ⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
 V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
 P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
 Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
 R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
 S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
 ④ : $R \not\subset Q$

31. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 50^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

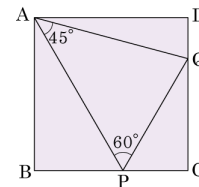
▶ 답 :

▶ 정답 : 165°

해설

$$\begin{aligned}\angle x &= 50^\circ + \frac{1}{2}\angle C \\ \angle y &= 50^\circ + \frac{1}{2}\angle A \\ \angle x + \angle y &= 100^\circ + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) \\ &= 100^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) \\ &= 165^\circ\end{aligned}$$

32. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고, $\angle PAQ = 45^\circ$, $\angle APQ = 60^\circ$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

- ① 45° ② 55° ③ 65°
 ④ 75° ⑤ 85°

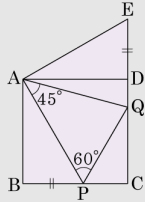
해설

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$ 인 점 E를 잡는다.

$\triangle APQ, \triangle AEQ$ 에서, $\overline{AP} = \overline{AE}$, $\overline{AQ}$ 는 공통,
 $\angle PAQ = \angle EAQ = 45^\circ$

$\therefore \triangle APQ \cong \triangle AEQ$

$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$



33. 다음 명제가 참이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

$$4x + a = 3 \text{ 이면 } 7 + 2a = 2 - 3a \text{ 이다.}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 1$

해설

역으로 풀면

$$7 + 2a = 2 - 3a, 5a = -5, a = -1$$

$4x + a = 3$ 에 $a = -1$ 을 대입하면

$$4x - 1 = 3, 4x = 4, x = 1$$

34. 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O는 대각선 AC, BD의 교점이다.) [배점 5, 상하]

① $\overline{AB} = 5\text{cm}, \overline{BC} = 5\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}, \overline{DA} = 7\text{cm}$

② $\overline{AB} = 3\text{cm}, \overline{DC} = 3\text{cm}, \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}, \overline{OB} = 4\text{cm}, \overline{OC} = 5\text{cm}, \overline{OD} = 5\text{cm}$

④ $\overline{AC} = 7\text{cm}, \overline{BD} = 7\text{cm}$

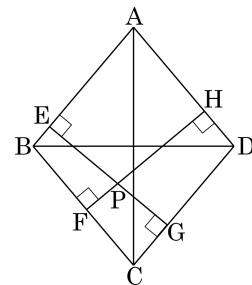
⑤ $\angle A = \angle B$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건

- (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- (2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- (3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- (5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

35. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD가 있다. $\square ABCD$ 의 내부의 한 점 P에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1, l_2, l_3, l_4 라 하고, $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = \frac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.



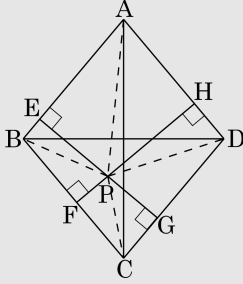
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 cm

해설

점 P와 네 꼭짓점 A, B, C, D를 연결하면 다음과 같이 삼각형 4개가 만들어진다.



$\overline{AB} = a(\text{cm})$ 라 할 때,

$\square ABCD$

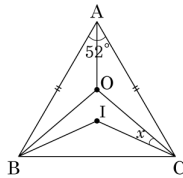
$= \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times a \times (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 216$$

$$\frac{1}{2} \times a \times \frac{432}{15} = 216$$

$$\therefore a = 15(\text{cm})$$

36. 다음 그림에서 삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O는 외심이고, 점 I는 내심이다. $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ \text{ 이고,}$$

내심의 성질에 의해

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 52^\circ = 116^\circ$$

$$\text{또한, } \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

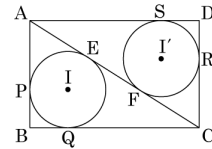
또 점 O, I는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ \dots \textcircled{A}$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ \dots \textcircled{B}$$

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

37. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내접원 I, I'과 대각선 AC와의 교점을 각각 E, F라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

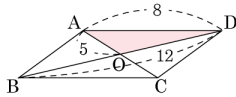
▶ 답 :

▷ 정답 : 2cm

해설

내접원 I의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times r =$
 $\frac{1}{2} \times 24 \times r = 12r \text{ (cm}^2\text{)}$
 또한, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$
 이므로 $12r = 24$
 $\therefore r = 2\text{cm}$
 $\overline{BP} = \overline{BQ} = \overline{IP} = 2\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AE} = \overline{AP} = 6 - 2 = 4\text{(cm)}$
 마찬가지로 하면
 $\overline{CF} = \overline{CR} = 6 - 2 = 4\text{(cm)}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{AC} - (\overline{AE} + \overline{CF}) = 10 - (4 + 4) = 2\text{(cm)}$

38. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$ 일 때, $\triangle OAD$ 의 둘레의 길이는?



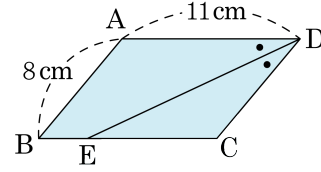
[배점 5, 상하]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$ 이므로 $\triangle OAD = 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

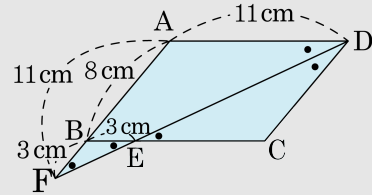
39. 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



[배점 5, 상하]

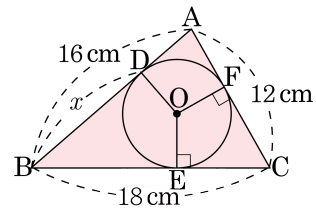
- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm
 ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F라 하면
 $\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3\text{(cm)}$ 이다.

40. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 11cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

41. a, b 가 자연수이고 p, q, r 가 다음과 같을 때, 참인 명제는?

$p : a = 0$ 또는 $b = 0$ 이다.

$q : ab = 0$ 이다.

$r : a + b = 0$ 이다.

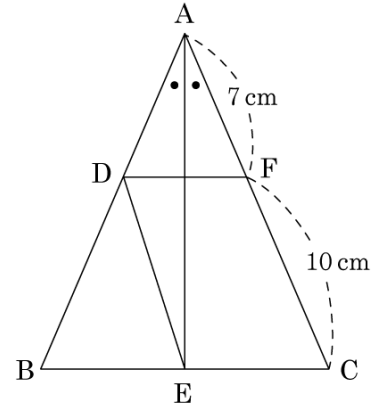
[배점 6, 상중]

- ① p 이면 r 이다. ② q 이면 r 이다.
 ③ r 이면 q 이다. ④ r 이면 p 이다.
 ⑤ p 이면 q 이다.

해설

⑤ $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이면 $ab = 0$ 이다.

42. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

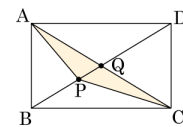
▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \parallel \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\square DECF$ 는 평행 사변형이다. $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$ 따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = 10(\text{cm})$

43. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle PCD$, $\triangle BCP$ 의 넓이는 각각 10cm^2 , 6cm^2 가 된다. 이 때, $\triangle PAC$ 의 넓이를 구하여라.



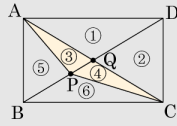
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4cm^2

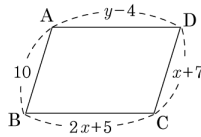
해설

$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ACD = \triangle APD + \triangle BPC$ 이므로
각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



① + ② = ① + ③ + ⑥ 에서
② = ③ + ⑥ 이다.
② = $\triangle DPC - ④$ 라 하면
 $\triangle DPC - ④ = ③ + ⑥$ 이므로
③ + ④ = $\triangle DPC - ⑥ = 10 - 6 = 4$ (cm²)

44. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값은?



[배점 6, 상중]

- ① $x = 4, y = 15$ ② $x = 3, y = 16$
③ $x = 4, y = 16$ ④ $x = 3, y = 15$
⑤ $x = 5, y = 12$

해설

$10 = x + 7, y - 4 = 2x + 5$ 이므로 $x = 3, y = 15$ 이다.

45. 다음은 ‘두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.’를 증명하는 과정이다. $\neg \sim \square$ 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정] $\square ABCD$ 는 평행사변형이고 $\overline{AC} = \overline{BD}$

[결론] $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

[증명] $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

$\overline{AB} = \square$ (대변의 길이) ... ㉠

$\square$ (가정) ... ㉡

$\square$ 는 공통 ... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ ($\square$ 합동)

$\angle B = \angle C = 90^\circ$ (동측내각)

같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$ 이므로

$\angle A = \angle D = 90^\circ$ (동측내각)

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \square$

따라서 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

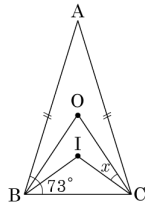
[배점 6, 상중]

- ① $\neg : \overline{DC}$ ② $\neg : \overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\square : \overline{BC}$ ④ $\equiv : SAS$
⑤ $\square : 90^\circ$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ 는 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{BC}$ 는 공통이므로 SSS 합동이다.

46. 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 73^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 6, 상상]

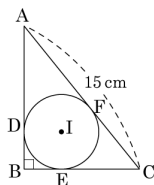
▶ 답 :

▷ 정답 : 19.5°

해설

$$\begin{aligned}\angle BAC &= 180^\circ - 2 \times \angle ABC = 180^\circ - 2 \times 73^\circ = 34^\circ \\ \therefore \angle BOC &= 2\angle BAC = 2 \times 34^\circ = 68^\circ, \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 34^\circ = 107^\circ \\ \text{따라서 } \triangle OBC, \triangle IBC \text{ 에서,} \\ \angle OCB &= \frac{1}{2}(180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ \\ \angle ICB &= \frac{1}{2}(180^\circ - 107^\circ) = 36.5^\circ \\ \therefore \angle x &= \angle OCB - \angle ICB = 56^\circ - 36.5^\circ = 19.5^\circ\end{aligned}$$

47. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 21\text{cm}$, 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

$$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm}) \text{ 라 하면, } \overline{CF} = \overline{CE} = 15 - x(\text{cm})$$

또, 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 $\square DBEI$ 가 정사각형이므로

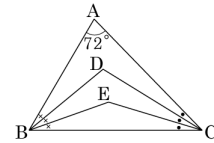
$$\overline{DB} = \overline{BE} = r(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} = 21(\text{cm})$ 이므로

$$x + r + r + 15 - x = 21, \quad 2r = 6$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

48. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B, \angle C$ 의 삼등분점의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle BDC$ 와 $\angle BEC$ 의 차를 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36°

해설

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\angle EBC + \angle ECB = \frac{1}{3} \times 108^\circ = 36^\circ$$

$$\angle BEC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

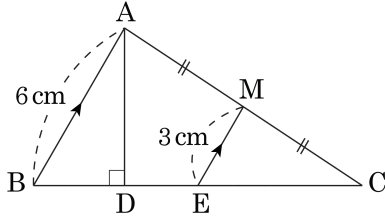
점 E 는 $\triangle DBC$ 의 내심이므로

$$\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BDC$$

$$144^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BDC, \quad \angle BDC = 108^\circ$$

$$\angle BEC - \angle BDC = 144^\circ - 108^\circ = 36^\circ$$

49. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$ 의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$ 에 평행한 선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 E라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.

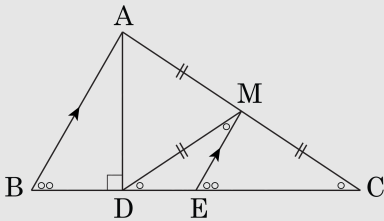


[배점 6, 상상]

▶ 답:

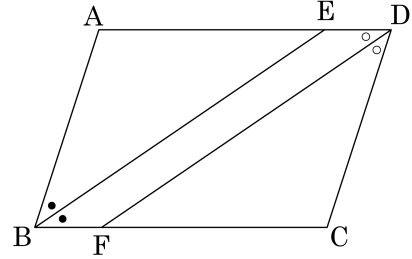
▶ 정답: 3 cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$ 의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$
 $\triangle MDC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$
 $\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$
 $\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$
따라서 $\triangle EMD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

50. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\square EBF D$ 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고
 $\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \angle EBF \dots \textcircled{1}$
 $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
 $\angle EDF = \square$ (엇각) 이므로
 $\angle AEB = \angle CFD$
 $\angle DEB = 180^\circ - \square = \angle DFB \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.

[배점 6, 상상]

- ① $\angle CDF$, $\angle ABE$ ② $\angle CDF$, $\angle AEB$
③ $\angle CFD$, $\angle ABE$ ④ $\angle CFD$, $\angle AEB$
⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180^\circ - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.