문제 풀이 과제

1. 서로 다른 색깔의 네 자루의 색연필 중에서 두 자루를 선택하는 경우의 수는? [배점 2, 하중]

① 2가지 ② 4가지 ③ 6가지

④ 8가지 ⑤ 12가지

해설

$4 \times 3 \div 2 = 6$(가지)

2. 여섯 명의 후보 중에서 회장 1 명, 부회장 1 명을 선출하는 경우의 수는? [배점 2, 하중]

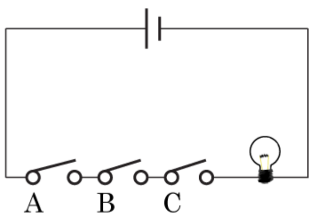
① 15가지 ② 20가지 ③ 25가지

④ 30가지 ⑤ 50가지

해설

$6 \times 5 = 30$ (가지)

3. 다음 그림과 같은 전기 회로에 A, B, C 스위치가 열릴 확률이 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 전구에 불이 켜질 확률을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{50}$

해설

스위치가 세 개 모두 닫혀야 전구에 불이 켜진다.
A, B, C 스위치가 닫힐 확률이 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ 이므로 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{50}$

4. 소라는 당첨 확률이 $\frac{3}{4}$ 인 경품권 두 장을 가지고 있다. 두 장 모두 당첨될 확률을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{16}$

해설

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

5. A, B, C 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 모두 앞면이 나오거나 모두 뒷면이 나올 확률은?

[배점 2, 하중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

모두 앞면이 나올 확률 : $\frac{1}{8}$
모두 뒷면이 나올 확률 : $\frac{1}{8}$
$\therefore \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

6. 윷놀이를 하는데 윷을 한 번 던져 도 또는 모가 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

도가 나올 확률 : $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

모가 나올 확률 : $\frac{1}{16}$

$\therefore \frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

7. A, B, C, D, E, F 여섯 명을 일렬로 세울 때, A 가 맨 앞에 서고 F 가 맨 뒤에 설 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{15}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

모든 경우의 수는 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$(가지)

A 가 맨 앞에 서고 F가 맨 뒤에 설 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$\therefore$ (확률) $=\frac{24}{720}=\frac{1}{30}$

8. A, B, C, D 네 명 중에서 대표 두 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 가지

해설

$\frac{4\times3}{2}=6$ (가지)

9. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 6 이 되는 경우의 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

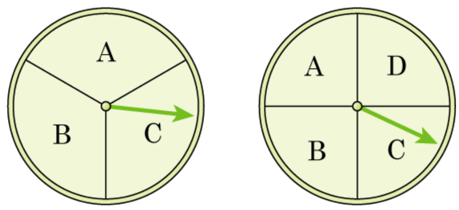
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나오는 눈의 수의 합이 6 이 되는 경우는 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) 로 5 가지 이다.

10. 다음 그림과 같이 삼등분, 사등분된 두 원판이 있다. 이 두 원판의 바늘이 각각 돌아 멈추었을 때, 두 바늘 모두 C에 있을 확률을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$

해설

삼등분된 원판의 바늘이 C에 있을 확률은 $\frac{1}{3}$

사등분된 원판의 바늘이 C에 있을 확률은 $\frac{1}{4}$

따라서 두 바늘 모두 C에 있을 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

11. 옷장에서 티셔츠 10가지와 바지 7가지를 티셔츠와 바지로 한 번씩 짝지어 입을 때, 입을 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 70 가지

> 해설
>
> $10 \times 7 = 70$ (가지)

12. 5장의 제비 중에서 당첨 제비가 2장 있다. 경은이가 먼저 한 장 뽑은 다음, 준석이가 한 장을 뽑을 때 준석이가 당첨될 확률은? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

> 해설
>
> 경은이와 준석이가 모두 당첨 제비를 뽑을 확률 : $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$
> 경은이는 당첨제비를 뽑지 못하고, 준석이는 뽑을 확률 : $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$
> 준석이가 당첨될 확률 : $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

13. 서울에서 강릉까지 가는 길이 a, b, c의 3가지, 강릉에서 부산까지 가는 길이 A, B, C, D, E의 5가지이다. 이때, 서울에서 강릉을 거쳐 부산까지 가는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 가지

> 해설
>
> 서울에서 강릉으로 가는 경우의 수 : 3가지
> 강릉에서 부산으로 가는 경우의 수 : 5가지
> $\therefore 3 \times 5 = 15$(가지)

14. 서울에서 부산까지 오가는 교통편이 하루에 비행기는 3회, 기차는 5회, 버스는 10회가 다닌다고 한다. 서울에서 부산까지 가는 경우의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 가지

> 해설
>
> 비행기를 타고 가는 방법과 기차를 타고 가는 방법, 버스를 타고 가는 방법은 동시에 일어나는 사건이 아니므로 경우의 수는 $3+5+10 = 18$(가지)이다.

15. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 구슬이 담긴 주머니에서 구슬 3개를 꺼내 만들 수 있는 세 자리의 정수는 모두 몇 가지인가? [배점 3, 하상]

① 45가지 ② 46가지 ③ 47가지
④ 48가지 ⑤ 49가지

해설

백의 자리의 숫자가 될 수 있는 경우는 0을 제외한 1, 2, 3, 4의 4가지이고, 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 경우는 백의 자리의 숫자가 된 수를 제외한 4가지, 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 경우는 백, 십의 자리의 숫자가 된 수를 제외한 3가지이다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)이다.

16. $0, 1, 2, 3$의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드로 두 자리의 자연수를 만들었을 때, 그 자연수가 20미만일 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

전체 : $3 \times 3 = 9$(가지)

20 미만 : $10, 12, 13$으로 3 가지

$\therefore \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

17. 주머니 속에 1에서 9까지의 수가 각각 적힌 9개의 공이 있다. 처음에 한 개를 꺼내어 본 후 집어 넣고 두 번째 다시 한 개를 꺼낼 때, 처음에는 2의 배수, 두 번째는 3의 배수의 공이 나올 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{11}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{7}{81}$

해설

1에서 9까지의 수 중에서 2의 배수는 $2, 4, 6, 8$이므로

2의 배수의 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9}$

3의 배수는 $3, 6, 9$이므로

3의 배수의 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9}$

따라서 구하려고 하는 확률은

$\frac{4}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{4}{27}$

18. 민수는 윗옷 3벌, 치마 2벌, 바지가 1벌 있습니다. 이 옷을 옷걸이에 정리해서 걸려고 할 때, 윗옷은 윗옷끼리, 치마는 치마끼리 이웃하도록 거는 경우의 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

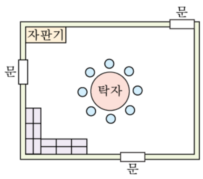
① 12가지 ② 24가지 ③ 72가지

④ 120가지 ⑤ 240가지

해설

윗옷은 윗옷끼리, 치마는 치마끼리 하나로 묶어 한 줄로 세우고, 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)\times(2\times1) = 72$(가지)

19. 다음 그림과 같이 중국집에 문이 3 개 있다. 중국집에 들어갈 때 사용한 문으로 나오지 않는다면, 중국집에 들어갔다가 나오는 경우는 모두 몇 가지인가?



[배점 3, 중하]

① 3 가지 ② 4 가지 ③ 5 가지

④ 6 가지 ⑤ 7 가지

해설

들어가는 경우는 3 가지, 나오는 경우는 2 가지이므로 들어갔다가 나오는 경우는 $3 \times 2 = 6$(가지)이다.

20. 영어 단어 MUSIC 에서 5 개의 문자를 일렬로 배열 할 때, M 또는 I 가 맨 뒤에 올 확률을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{2}{5}$

해설

(M이 맨 뒤에 올 확률) $= \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{1}{5}$

(I가 맨 뒤에 올 확률) $= \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \dfrac{1}{5}$

$\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{5}$

21. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 두 눈의 수를 각각 x , y 라 할 때, $x + y = 6$ 또는 $x - y = 3$ 을 만족할 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{2}{9}$

해설

$x + y = 6$ 인 경우 : (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) $\Rightarrow$ 5 가지

$x - y = 3$ 인 경우 : (4, 1), (5, 2), (6, 3) $\Rightarrow$ 3 가지

$\dfrac{5}{36} + \dfrac{3}{36} = \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$

22. 1 에서 25 까지의 수가 각각 적힌 25 장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3 의 배수가 나오는 경우의 수는? [배점 3, 중하]

① 5가지 ② 6가지 ③ 7가지

④ 8가지 ⑤ 9가지

해설

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 의 8 가지이다.

23. 0 에서 9 까지 적힌 자물쇠가 있다. 5 자리의 비밀번호를 만들 때, 만들 수 있는 비밀번호의 경우의 수를 구하여라. (단, 0 이 제일 앞에 위치해도 무관하다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

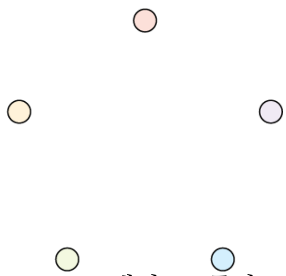
▷ 정답 : 30240 가지

해설

0 에서 9 까지의 숫자 10 개 중 5 개를 뽑아 네 자리 정수를 만드는 것과 같다.

$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30240$ (가지)

24. 다음 그림과 같이 정오각형의 꼭짓점을 이루는 5 개의 점들이 있다. 이들 중에서 어느 3 개의 점을 이어 만든 삼각형은 모두 몇 개인가?



[배점 3, 중하]

① 6 개 ② 8 개 ③ 10 개
④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (개)

25. 어느 날 비가 왔다면 그 다음 날 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, 비가 오지 않았다면 그 다음 날 비가 올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 어느 달의 5 일에 비가 왔다면, 7 일에도 비가 올 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $\frac{3}{24}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

해설

(7 일에 비가 올 확률)

= (6 일에 비가 오고 7 일에도 비가 올 확률)+ (6 일에는 비가 오지 않고 7 일에 비가 올 확률)

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{6}$

$= \frac{1}{16} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$

26. 정육면체의 크기가 다른 두 주사위를 던질 때, 두 주사위 모두 6 의 눈이 아닐 확률을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{36}$

해설

$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

27. 숫자가 적힌 네 장의 카드로 만들 수 있는 세 자리의 정수 중 220 이상인 정수의 개수를 구하여라.

$$\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{2}, \boxed{3}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7가지

해설

221, 223, 231, 232, 312, 321, 322
이므로 7가지이다.

28. 민지와 종효가 홀수 번에는 민지가 주사위를, 짝수 번에는 종효가 동전을 던지는 놀이를 한다. 민지는 주사위 3이상의 눈이 나오면 이기고, 종효는 동전의 앞면이 나오면 이기는 것으로 할 때, 6회 이내에 종효가 이길 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{4}{108}$
④ $\frac{43}{216}$ ⑤ $\frac{53}{216}$

해설

6회 이내에 종효가 이길 경우는
(i) 2회 때 이길 경우
(ii) 4회 때 이길 경우
(iii) 6회 때 이길 경우
주사위 3이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6 이므로 확률은 $\frac{2}{3}$이고, 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
(i) 2회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
(ii) 4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$
(iii) 6회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{216}$
$\therefore \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216} = \frac{43}{216}$

29. 두 개의 자연수 x, y가 홀수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$라고 할 때, $x+y$가 홀수일 확률을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{15}$

해설

$x+y$가 홀수일 경우는 x, y가 (홀, 짝), (짝, 홀)인 경우이다.
x, y가 (홀, 짝)인 경우의 확률은
$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$
x, y가 (짝, 홀)인 경우의 확률은
$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{15} + \frac{6}{15} = \frac{8}{15}$

30. A, B, C, D, E, F, G 의 후보 중에서 대표 5명을 선출하는 방법의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21가지

해설

5명의 대표는 구분이 없으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1}=21$ (가지) 이다.

31. 한 개의 주사위를 연속하여 두 번 던져 처음에 나온 눈의 수를 a, 나중에 나온 눈의 수를 b 라고 할 때, 방정식 $ax-b=0$ 의 해가 1 또는 2 일 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$ax-b=0$ 에서 $x=\frac{b}{a}$ 이므로 $\frac{b}{a}=1$, 즉, $a=b$ 인 경우는 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) 의 6가지이므로 확률은 $\frac{6}{36}$, $\frac{b}{a}=2$, 즉 $b=2a$ 인 경우는 (1, 2), (2, 4), (3, 6) 의 3 가지이므로 확률은 $\frac{3}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}+\frac{3}{36}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ 이다.

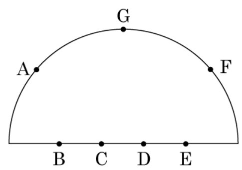
32. 새로 오픈한 화장품 매장에서 5번째 입장객, 10번째 입장객, 15번째 입장객, $\cdots$ 이런 식으로 5의 배수 번째 입장객에게 사은품을 증정한다. 지윤이를 포함한 총 100명의 입장객이 임의로 줄을 서서 입장했을 때, 지윤이가 사은품을 받지 못할 확률을 $\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$의 값은? (단, a, b는 서로소) [배점 4, 중중]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

5의 배수 번째 입장객에게 사은품을 증정하므로 총 20명에게 사은품을 증정한다. 따라서 사은품을 받을 확률은 $\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$ 이고, (사은품을 받지 못할 확률)$=1-$(사은품을 받을 확률) $=\frac{4}{5}$ 이다. 따라서 $a=4$, $b=5$ 이므로 $a+b=9$ 이다.

33. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



[배점 4, 중중]

① 21개 ② 31개 ③ 35개

④ 150개 ⑤ 210개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6\times5$(가지)이다. 이때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$(개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다. 따라서 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}-\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=35-4=31$(가지)이다.

34. 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 카드 10장이 있다. 이 중에서 두 장의 카드를 차례로 뽑을 때, 적힌 숫자의 합이 4 또는 8일 경우의 수는? [배점 4, 중중]

① 7가지 ② 8가지 ③ 9가지

④ 10가지 ⑤ 11가지

해설

카드를 차례대로 2장 꺼내기 때문에 중복된 수는 제외한다.
합이 4인 경우 : (1, 3), (3, 1)의 2가지
합이 8인 경우 : (1, 7), (2, 6), (3, 5), (5, 3), (6, 2), (7, 1)의 6가지
따라서 8가지이다.

35. 100 원짜리, 500 원짜리 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 동전 앞면이 한 개만 나오고 주사위의 눈이 홀수가 나올 경우의 수는? [배점 4, 중중]

① 6 가지 ② 8 가지 ③ 10 가지

④ 12 가지 ⑤ 14 가지

해설

두 개의 동전을 동시에 던질 때 앞면이 한 개만 나오는 경우의 수는 2 가지이고, 이때, 주사위의 눈의 수가 홀수가 나오는 경우의 수는 1, 3, 5 의 3 가지이다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $2\times3=6$ (가지)이다.

36. KOREA의 5개 문자를 무심히 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 인접할 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 경우의 수는 다섯 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같고, 위의 경우는 KOREA 중에 모음은 O, E, A 3 개 이므로 이를 하나로 보고 일렬로 나열한 후 이들끼리 자리 바꾸는 경우로 생각해 보면 된다.

$\therefore \frac{(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{3}{10}$

37. 크기가 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 a 라 하고, 나온 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

해설

a : 짝× 짝 : 9 가지, 홀× 짝 : 9 가지, 짝× 홀 : 9 가지

b : 짝+ 짝 : 9 가지, 홀+ 홀 : 9 가지

$\therefore 9+9+9+9+9=45$

38. 5 개의 의자가 있는 고사실에 5 명의 수험생이 무심히 앉았을 때, 2 명은 자기 수험 번호가 적힌 의자에 앉고, 나머지는 3 명은 다른 학생의 수험 번호가 적힌 의자에 앉게 되는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20 가지

해설

$a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 다섯 명 중 만약 $a,\ b$ 가 자기 자리에 앉고 나머지 세 명이 다른 학생의 자리에 앉았을 때의 경우의 수는 2 가지,

5 명 중 자기 자리에 앉는 수험생 둘을 뽑는 경우의 수는 $\dfrac{5\times 4}{2}=10$ (가지)

$\therefore 10\times 2=20$(가지)

39. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5 번의 시합에서 3 번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2 번의 시합에서 A 가 2승을 하였다고 할 때, A 가 천하장사가 될 확률은 B 가 천하장사가 될 확률의 몇 배 인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.) [배점 5, 중상]

① 2 배 ② 4 배 ③ 6 배

④ 7 배 ⑤ 8 배

해설

A 가 이기는 경우는 3 회 째 이기거나, 4 회 째 이기거나, 5 회 째 이기는 방법이 있다. 5 회까지 3 경기를 지면 B 가 먼저 3승이 되어 A 가 지게 된다.

A 가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

B 가 이길 확률은 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

따라서 A 가 이길 확률이 B 가 이길 확률의 7 배이다.

40. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{1}{9}$ 이다.

㉡ 비기는 경우는 한 가지만 있다.

㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{9}$ 이다.

㉣ 승부가 날 확률은 $\frac{8}{9}$ 이다.

㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{2}{9}$ 이다.

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$
㉡ 비기는 경우는 두 가지가 있다. (서로 같은 것을 내는 경우, 서로 다른 것을 내는 경우)
㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{3}$ (서로 같은 것을 내는 경우 $\frac{1}{9}$, 서로 다른 것을 내는 경우 $\frac{2}{9}$)
㉣ 승부가 날 확률은 $1-$(비기는 경우) $=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{3}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

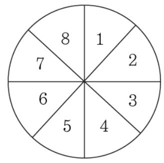
41. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는? [배점 5, 중상]

① 3개 ② 4개 ③ 5개
④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7-n$ 으로 할 때,
두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7}\times\frac{n}{7}=\frac{n^2}{49}, n^2=9, n=3$
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

42. 다음과 같이 8 등분된 과녁에 화살을 한번만 쏜다고 할 때, 4 의 약수이거나 3 의 배수가 적힌 부분에 화살을 쏠 확률은? (단, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

과녁에 적힌 숫자 중에 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 확률은 $\frac{3}{8}$ 이고, 3 의 배수는 3, 6이므로 확률은 $\frac{2}{8}$ 이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$이다.

43. 정십이면체의 각 면에는 1에서 12까지의 숫자가 쓰여 있다. 이 정십이면체 주사위를 한 번 던졌을 때, 3의 배수 또는 36의 약수가 나올 경우의 수는? [배점 5, 중상]

① 2가지 ② 4가지 ③ 6가지
④ 7가지 ⑤ 10가지

해설

3의 배수 : 3, 6, 9, 12 → 4가지
36의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 → 7가지
따라서 7가지이다.

44. 항아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 항아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 33가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B, 4의 배수의 집합을 C라고 할 때,

$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C}) = n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})-n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})-n(\mathrm{C}\cap\mathrm{A})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$이다.

$n(\mathrm{A}) = 25$, $n(\mathrm{B}) = 16$, $n(\mathrm{C}) = 12$, $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 8$, $n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = 4$, $n(\mathrm{C}\cap\mathrm{A}) = 12$, $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = 4$이다.

따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는

$25+16+12-8-4-12+4 = 33$(가지)이다.

45. 100원짜리, 500원짜리, 1000원짜리가 모두 합하여 12개가 있을 때, 3700원을 지불하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 각 동전과 지폐는 1개 이상 사용한다.) [배점 5, 중상]

① 3가지 ② 4가지 ③ 5가지
④ 6가지 ⑤ 7가지

해설

(1000원, 500원, 100원)을 1개 이상씩 사용하여 3700원을 만드는 경우는 (3, 1, 2), (2, 3, 2), (2, 2, 7), (1, 5, 2), (1, 4, 7)로 경우의 수는 5가지이다.

46. 0부터 5까지의 숫자가 적힌 6장의 카드에서 3장을 뽑아 3자리 정수를 만들 때, 그 수가 320 미만일 확률은? [배점 5, 상하]

① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{11}{30}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{49}{120}$

해설

모든 경우의 수 : $5\times5\times4 = 100$(가지)
백의 자리 숫자가 3인 경우
 i) 십의 자리 숫자가 1인 경우 : 4가지
 ii) 십의 자리 숫자가 0인 경우 : 4가지
백의 자리 숫자가 2인 경우 : $5\times4 = 20$(가지)
백의 자리 숫자가 1인 경우 : $5\times4 = 20$(가지)
$\therefore \frac{4+4+20+20}{5\times5\times4} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

47. A 주머니에는 흰 공 4개, 검은 공 5개가 들어 있고, B 주머니에는 흰 공 3개, 검은 공 2개가 들어 있다. A, B 두 주머니에서 임의로 각각 1개씩 공을 꺼낼 때, 같은 색의 공을 꺼낼 확률은? [배점 5, 상하]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{22}{45}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{11}{20}$ ⑤ $\frac{37}{50}$

해설

(i) 두 개 모두 흰 공일 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{5} = \frac{4}{15}$
(ii) 두 개 모두 검은 공일 확률은 $\frac{5}{9}\times\frac{2}{5} = \frac{2}{9}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}+\frac{2}{9} = \frac{22}{45}$

48. 바구니 안에 노란 공이 4 개, 검은 공이 3 개, 빨간 공이 6 개 들어 있다. 이 중에서 무심코 공을 3 개 꺼낼 때, 빨간 공이 적어도 2 개 이상일 확률을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{26}$

해설

(1) (빨간 공이 2 개일 확률)$= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{286}$
(2) (빨간 공이 3 개일 확률)$= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{10}{143}$
$\therefore$ 구하는 확률 : $\frac{35}{286} + \frac{10}{143} = \frac{5}{26}$

49. 6 명의 학생이 두 개의 클럽 중 하나에 가입하려 한다. 한 클럽의 최대 정원이 4 명일 때, 두 개의 클럽에 나누어 가입하는 방법의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 가지

해설

정원이 4 명인 두 개의 클럽을 A, B 라 하면,
클럽 A, B 에 6 명이 나누어 가입하는 경우는 (2명, 4명), (3명, 3명), (4명, 2명) 이다.
(1) (2명, 4명) 으로 나누어 가입하는 경우의 수
6 명 중 A 클럽에 가입할 2 명을 뽑는 경우의 수 이므로, $\frac{6 \times 5}{2!} = 15$ (가지)
(2) (3명, 3명) 으로 나누어 가입하는 경우의 수
6 명 중 A 클럽에 가입할 3 명을 뽑는 경우의 수 이므로, $\frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 20$ (가지)
(3) (4명, 2명) 으로 나누어 가입하는 경우의 수
6 명 중 B 클럽에 가입할 2 명을 뽑는 경우의 수 이므로, $\frac{6 \times 5}{2!} = 15$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 50 가지이다.

50. 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $pq + qr + rp$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 108 가지

해설

$pq + qr + rp$ 가 홀수가 되는 경우의 수는
(1) pq, qr, rp 모두 홀수인 경우 :
$(p, q, r) =$ (홀, 홀, 홀)
$3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)
(2) pq 만 홀수인 경우 :
$(p, q, r) =$ (홀, 홀, 짝)
$3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)
(3) qr 만 홀수인 경우 :
$(p, q, r) =$ (짝, 홀, 홀)
$3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)
(4) rp 만 홀수인 경우 :
$(p, q, r) =$ (홀, 짝, 홀)
$3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $27+27+27+27 = 108$ (가지) 이다.

51. 다섯 개의 문자 가, 가, 나, 나, 다를 일렬로 나열할 때, 같은 문자는 바로 옆에 오지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하여라 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 가지

해설

먼저 가가나나를 일렬로 나열하는 방법은 다음과 같다.

(i)가가나나 나나가가

(ii) 가나나가 나가가나

(iii) 가나가나 나가나가

이때,

(i)의 경우는 다를 어느 곳에 놓아도 조건을 만족하지 않는다.

(ii)의 경우는 다를 나(다)나, 가(다)가로 배열할 경우의 2가지

(iii)의 경우는 다를 (다)가(다)나(다)가(다)나(다)로 배열할 경우의 5 가지 이므로

$5 \times 2 = 10$(가지)

따라서 모든 경우의 수는 $2 + 10 = 12$(가지)이다.

해설

먼저 1, 2 를 일렬로 나열하는 방법은 다음과 같다.

(i) 1 1 2 2 , 2 2 1 1

(ii) 1 2 2 1 , 2 1 1 2

(iii) 1 2 1 2 , 2 1 2 1

이때,

(i)의 경우는 3 과 4 를 1 과 2 사이에 하나씩 놓으면 조건을 만족하므로 4가지

(ii)의 경우는 한가운데인 22 와 11 사이에 3 을 놓을 경우 4 는 6 군데 놓을 수 있고 4 를 넣을 경우에 마찬가지로 3 은 6 군데에 놓을 수 있으므로 $12 \times 2 = 24$(가지)

(iii)의 경우 먼저 3 은 5 군데에 놓을 수 있고 각각의 경우에 4 는 6 군데 놓을 수 있으므로 $5 \times 6 \times 2 = 60$(가지)

따라서 모든 경우의 수는 $4 + 24 + 60 = 88$(가지)이다.

52. 여섯 개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 4 를 일렬로 나열할 때, 같은 문자끼리는 나란히 있지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 88가지

53. 여섯 명이 각각 자신의 의자를 1 개씩 가지고 있다. 이 여섯 개의 의자에 여섯 명이 앉을 때, 세 사람만이 자신의 의자에 앉는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40가지

해설

사람 A, B, C, D, E, F 의 의자를 각각 a, b, c, d, e, f 라 할 때
A, B, C 만 자신의 의자에 앉고 나머지는 다른 의자에 앉는 경우의 수를 구하면 2 가지이다.

A	B	C	D	E	F
a	b	c	e	f	d
a	b	c	f	d	e

따라서 자신의 의자에 앉는 세 사람을 선택하는 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$ (가지) 이고
각각의 경우에 따라 나머지가 다른 의자를 선택하는 경우는 2 가지의 경우가 있으므로
구하는 경우의 수는 $20\times2=40$ (가지) 이다.

54. 어느 동물의 62.5 % 는 수컷이고, 37.5 % 는 암컷이다. 이 동물 3 마리를 임의로 골랐을 때, 적어도 한 마리가 수컷일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{485}{512}$

해설

37.5 % 는 암컷이므로 암컷일 확률은 $\frac{375}{1000}=\frac{3}{8}$
3 마리 모두 암컷일 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{27}{512}$
따라서 적어도 1 마리가 수컷일 확률은
$1-\frac{27}{512}=\frac{485}{512}$ 이다.

55. 3 에서 7 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들려고 한다. 이 때, 백의 자리에 2 가 오는 경우의 수는? [배점 5, 상하]

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지
④ 24 가지 ⑤ 60 가지

해설

백의 자리에 올 수 있는 수는 2 이고, 십의 자리에 올 수 있는 수는 2를 제외한 4 가지이다. 그리고 일의 자리는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3 가지 이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3=12$ (가지) 이다.

56. 주머니 속에 흰 구슬이 7 개, 붉은 구슬이 x 개, 푸른 구슬이 y 개 들어 있다. 주머니에서 임의로 구슬 1 개를 꺼낼 때, 붉은 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 푸른 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이라면 주머니 속에 붉은 구슬과 푸른 구슬은 각각 몇 개씩 들어있는지 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

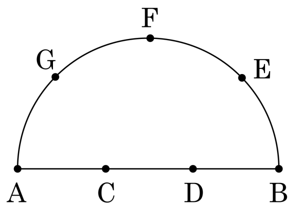
▷ 정답 : 붉은 구슬 : 14 개

▷ 정답 : 푸른 구슬 : 21 개

해설

$\frac{x}{7+x+y}=\frac{1}{3}$, $3x=7+x+y$
$2x-y=7\cdots$㉠
$\frac{y}{7+x+y}=\frac{1}{2}$, $2y=7+x+y$
$-x+y=7\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=14$, $y=21$

57. 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 위에 일곱 개의 점이 있다. 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형을 만들 수 있는 확률을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{35}$

해설

세 점을 잇는 경우의 수 : $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ (개)
삼각형을 만들 수 없는 확률을 구해보면
A, C, D, B 가로로 세 점을 이을 경우 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
따라서 구하는 확률 : $1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$

58. 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a , b 라 할 때, 두 직선 $y=x-a, y=-2x+b$ 의 교점의 x 좌표가 4가 될 경우의 수와 확률을 알맞게 써 놓은 것을 찾으시오. [배점 6, 상중]

① 1, $\frac{1}{36}$　② 2, $\frac{1}{36}$　③ 3, $\frac{1}{36}$
④ 1, $\frac{1}{72}$　⑤ 1, $\frac{1}{72}$

해설

$y=x-a, y=-2x+b$ 에 $x=4$ 을 대입하면
$y=4-a, y=-8-b$
$4-a=-8+b, a+b=12$ 합이 12인 경우의 수를 구하면
$(6,6)$ 이므로 1가지
$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{1}{36}$

59. $a>b$ 일 때, $f(a)<f(b)$ 인 함수 $f(x)$ 가 있다. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 정의역으로 하고, 집합 $Y=\{-7, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, 7\}$ 을 공역으로 하는 함수 $f(x)$ 중 $f(5)=-5$ 를 만족하는 함수의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35 가지

해설

$a>b$ 일 때, $f(a)<f(b)$ 를 만족하려면, $f(1)>f(2)>f(3)>f(4)>f(5)$ 가 되어야 하므로
$f(1), f(2), f(3), f(4)$ 는 각각 -5 보다 큰 $-3, -1, 0, 1, 3, 5, 7$ 중에서 크기가 작아지는 순서대로 하나의 값을 가져야 하므로
$\frac{7\times6\times5\times4}{4!}=35$(가지) 이다.
따라서 조건을 만족하는 함수의 개수는 35 가지이다.

60. x 에서 y 로의 함수 중, 임의의 a, b 에 대하여 $a>b$ 일 때, $f(a)>f(b)$ 인 함수를 증가함수라고 하고, $a>b$ 일 때, $f(a)<f(b)$ 인 함수를 감소함수라고 한다. 집합 $X=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 정의역으로 하고, 집합 $Y=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$ 을 공역으로 하는 함수 $f(x)$ 중 $f(2)=10$ 을 만족하는 증가함수의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 가지

해설

$f(0),\ f(1)$ 은 2, 4, 6, 8 중에서 하나의 값을 가져야 하고, $f(0) < f(1)$ 이므로 2, 4, 6, 8 에서 뽑은 2 개의 수 중 작은 수는 $f(0)$, 큰 수는 $f(1)$ 이다.
따라서 $f(0),\ f(1)$을 정하는 방법의 수는 $\frac{4\times 3}{2!} = 6$ (가지) 이다.
$f(3),\ f(4),\ f(5)$ 는 12, 14, 16, 18 에서 뽑은 3 개의 수 중 작은 순서대로 $f(3),\ f(4),\ f(5)$ 이다. $\frac{4\times 3\times 2}{3!} = 4$ (가지) 이다. 그러므로 조건을 만족하는 함수의 개수는 $6\times 4 = 24$ 가지이다.

61. 다음과 같은 규칙으로 주사위를 한 번 던져 점수를 얻는 게임을 한다. 이 게임에서 세 번 연속 주사위를 던져 6 점을 얻는 경우의 수를 구하여라.

㉠ 3 으로 나누어 떨어지는 수가 나오면 3 점
㉡ 3 으로 나누어 2 가 남는 수가 나오면 2 점
㉢ 3 으로 나누어 1 이 남는 수가 나오면 1 점

[배점 6, 상중]

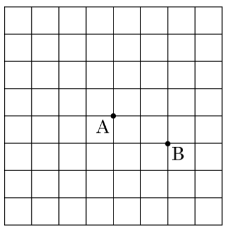
▶ 답 :

▷ 정답 : 18 가지

해설

주사위를 한 번 던졌을 때 점수를 얻는 경우의 수는 다음과 같다.
3 점 (3 또는 6), 2 점 (2 또는 5), 1 점 (1 또는 4)
세 번 연속하여 주사위를 던져 6 점을 얻는 경우는
(1) (3, 2, 1) 점을 얻는 경우
세 번 시행하여 3 점, 2 점, 1 점이 각각 한 번씩 나오는 경우의 수는 (3, 2, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 4), (3, 4, 2), (3, 5, 1), (3, 1, 5), (3, 5, 4), (3, 4, 5), (6, 2, 1), (6, 1, 2), (6, 2, 4), (6, 4, 2), (6, 5, 1), (6, 1, 5), (6, 5, 4), (6, 4, 5) : 16 가지
(2) (2, 2, 2) 점을 얻는 경우
세 번 시행하여 세 번 모두 2 점이 나오는 경우로
(2, 2, 2), (5, 5, 5) : 2 가지
따라서 (1), (2) 에 따라 모든 경우의 수는 $16 + 2 = 18$ (가지) 이다.

62. 다음과 같은 도형에서 한 점 P 가 점 A 를 출발한 후, 선을 따라 7 개의 선분을 이동하여 점 B 로 가려고 할 때, 점 P 가 이동할 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

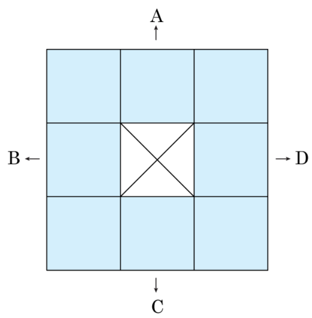
▶ 답 :

▷ 정답 : 735 가지

해설

왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 움직인 횟수를 각각 $a,\ b,\ c,\ d$ 라 하자.
이때, A 에서 B 로 이동하기 위해서는 오른쪽으로 적어도 2 회, 아래로 적어도 1 회를 움직여야 한다.
즉 $b \geq 2,\ d \geq 1$
또 7 번 움직였으므로 $a + b + c + d = 7$
이때, B 가 A 보다 오른쪽으로 두 칸 떨어져 있으므로 오른쪽으로 움직인 횟수가 왼쪽으로 움직인 횟수보다 2 번 많아야 하고, B 가 A 보다 아래로 한 칸 떨어져 있으므로 아래로 움직인 횟수가 위로 움직인 횟수보다 1 번 더 많아야 한다.
즉, $b = a + 2,\ d = c + 1$
(1) $b = 2$ 일 때, $a = 0,\ d = 3,\ c = 2$
(2) $b = 3$ 일 때, $a = 1,\ d = 2,\ c = 1$
(3) $b = 4$ 일 때, $a = 2,\ d = 1,\ c = 0$
따라서 (1), (2), (3)에서 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$ 는
$(0,\ 2,\ 2,\ 3)$ 또는 $(1,\ 3,\ 1,\ 2)$ 또는 $(2,\ 4,\ 0,\ 1)$ 이므로
구하는 방법의 수는 $\frac{7!}{2!3!2!} + \frac{7!}{3!2!} + \frac{7!}{2!4!} = 210 + 420 + 105 = 735$ (가지) 이다.

63. 다음 그림과 같이 8 개의 정사각형 칸에 3 개의 바둑돌을 놓으려고 한다. A, B, C, D 네 방향에서 보았을 때, 두 방향 이상이 같은 모양은 하나의 경우로 볼 때, 바둑돌을 놓을 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 가지

해설

두 방향 이상이 같은 모양은 도형을 회전시켜서 일치하는 경우를 말한다.
8 곳 중에서 3 곳을 골라 바둑돌을 놓으면 하나의 모양에 대해 회전했을 때, 4 가지의 동일한 경우가 발생한다.
따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7 \times 6}{6} \times \frac{1}{4} = 14$ (가지) 이다.

64. $1 \sim 5$ 까지의 숫자가 적힌 5 개의 공이 A, B, C, D, E 의 5 개 칸에 일렬로 놓여있다. 이 공을 다음과 같은 규칙으로 다시 배열하려고 한다.

㉠ A, B 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 A 가 크면 A 와 B 를 바꾸고, B 가 크면 그대로 둔다. ㉡ B, C 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 B 가 크면 B 와 C 를 바꾸고, C 가 크면 그대로 둔다. ㉢ C, D 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 C 가 크면 C 와 D 를 바꾸고, D 가 크면 그대로 둔다. ㉣ D, E 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 D 가 크면 D 와 E 를 바꾸고, E 가 크면 그대로 둔다.

이때, 처음에 C 위치에 있던 공이 다시 배열한 후에는 E 위치에 오게 될 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

5 개의 공을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는
$5! = 120$ 가지
처음에 임의로 놓여있던 공들이 ㉠ ~ ㉣의 과정을 거치면 언제나 가장 큰 공이 맨 뒤에 오게 된다.
따라서 C 가 E 의 위치에 오므로 C 의 앞에 A, B, D, E 를 배열시키는 확률을 구하면 된다.
A, B, D, E 를 배열시키는 경우의 수는 $4! = 24$ 이므로 구하는 확률은 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 이다.

65. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 임의로 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 35 미만일 확률은? [배점 6, 상중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

5 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수는 $4 \times 4 = 16$ (가지) 이다. 35 이상인 경우를 찾으면 40, 41, 42, 43 이다.
따라서 35 미만일 확률은 $1 - \frac{4}{16} = \frac{3}{4}$ 이다.

66. 항아리 속에 박하 사탕이 7 개, 땅콩 사탕이 x 개, 커피 사탕이 y 개 들어 있다. 항아리에서 임의로 사탕 1 개를 꺼낼 때, 땅콩 사탕이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 커피 사탕이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이라면 항아리 속에 땅콩 사탕과 커피 사탕은 각각 몇 개씩 들어 있는가? [배점 6, 상상]

① 커피 사탕 : 13개, 땅콩 사탕 : 21개

② 커피 사탕 : 14개, 땅콩 사탕 : 18개

③ 커피 사탕 : 13개, 땅콩 사탕 : 21개

④ 커피 사탕 : 14개, 땅콩 사탕 : 21개

⑤ 커피 사탕 : 13개, 땅콩 사탕 : 18개

해설

$\frac{x}{7+x+y} = \frac{1}{3}$, $3x = 7 + x + y$
$2x - y = 7 \cdots$ ㉠
$\frac{y}{7+x+y} = \frac{1}{2}$, $2y = 7 + x + y$
$-x + y = 7 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x = 14$, $y = 21$

67. 정십이각형의 대각선 중에서 서로 평행한 대각선은 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 쌍

해설

정십이각형의 외접원을 그리고 정십이각형의 꼭짓점을 차례로 $A_1, A_2, \cdots, A_{12}$ 라 하자.
외접원의 지름인 $\overline{A_1A_7}$ 을 포함하여 이에 평행인 대각선은
$\overline{A_1A_7}$, $\overline{A_2A_6}$, $\overline{A_3A_5}$, $\overline{A_8A_{12}}$, $\overline{A_9A_{11}}$ 의 5 개이고, 서로 평행한 대각선의 쌍의 개수는 이 5개의 대각선 중에서 2개를 고르는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$(쌍) 이다.
이때, 각각의 꼭짓점으로 만든 지름 6 개에 대하여 같은 방법으로 생각하면 서로 평행한 대각선은 모두 $10 \times 6 = 60$(쌍) 이다.

68. 1 ~ 4 까지의 숫자가 적힌 4 개의 공이 A, B, C, D 의 4 개 칸에 일렬로 놓여 있다. 이 공을 다음과 같은 규칙으로 다시 배열하려고 한다.
(가) A, B 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 A가 작으면 A 와 B 를 바꾸고, B 가 작으면 그대로 둔다.
(나) B, C 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 B가 작으면 B 와 C 를 바꾸고, C 가 작으면 그대로 둔다.
(다) C, D 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 C가 작으면 C 와 D 를 바꾸고, D 가 작으면 그대로 둔다.
(라) D, E 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 D가 작으면 D 와 E 를 바꾸고, E 가 작으면 그대로 둔다.
이때, 처음에 B 위치에 있던 공이 다시 배열한 후에는 D 위치에 오게 될 확률을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

4 개의 공을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 24 가지
처음에 임의로 놓여있던 공들이 (가) (라) 의 과정을 거치면 언제나 가장 작은 공이 맨 뒤에 오게 된다.
따라서 B가 D의 위치에 오므로 B 의 앞에 A, C, D 를 배열시키는 확률을 구하면 된다.
A, C, D 를 배열시키는 경우의 수는 6가지이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ 이다.

69. A, B, C, D, E 5 명이 한 줄로 서서 노래할 때 B, D 가 서로 이웃할 확률은? [배점 6, 상상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

A, B, C, D, E 5 명이 한 줄로 서서 노래할 때 나오는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지) 이다. B, D 가 서로 이웃하므로 한 사람으로 생각하면 4 명이 일렬로 서는 방법은 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이고, 이 때, B, D 가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $24 \times 2 = 48$ (가지) 이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ 이다.

70. 1, 2, 3, 4, 5 의 5 장의 카드 중에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들어 작은 수부터 큰 수로 나열할 때 43 은 몇 번째 수인가? [배점 6, 상상]

① 12 번째 ② 15 번째 ③ 18 번째
④ 21 번째 ⑤ 24 번째

해설

십의 자리가 1, 2, 3 일 때 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 4 개씩이므로 $3 \times 4 = 12$ (가지), 십의 자리가 4 일 때 두 자리 정수는 41, 42, 43, 45 이다. 따라서 43 은 $12 + 3 = 15$ (번째) 이다.