확인학습문제

1. 다음 함수 중에서 일차함수를 모두 골라라.

㉠ $x+y=5$	㉡ $y=\frac{7}{x}$
㉢ $xy=1$	㉣ $5x+2y+3=0$
㉤ $y=-3x$	㉥ $y=x^2-x$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠, ㉣, ㉤

2. 일차함수 $y=2x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ 10)$ 을 지난다고 한다. 이 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y=2x+4$ 에 $(a,\ 10)$ 을 대입한다.

$10=2a+4$

$a=3$

3. 점 $(2,\ 2)$ 를 지나면서 $y=2x-1$ 의 그래프에 평행한 직선을 그래프로 하는 일차함수는? [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=2x-2$

해설

$y=2x+b$ 에 $(2,\ 2)$ 를 대입하면

$2=2\times 2+b$ 이므로

$b=-2$

$\therefore\ y=2x-2$

4. 다음 중 $y=-x$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① 점 $(-3,-3)$ 를 지난다.

② x 가 증가할 때 y 가 증가하는 그래프이다.

③ 그래프는 제 3 사분면을 반드시 지난다.

④ $y=-2x$ 보다 x 축에 가깝다.

⑤ $f(\frac{1}{2})=2$ 이다.

해설

기울기가 클수록 y 축에 가깝다.

따라서 $y=-x$ 는 $y=-2x$ 보다 x 축에 가깝다.

5. 일차함수 $y=2x+5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $(-1,\ 5)$ 를 지난다고 한다. 이때, p 의 값은? [배점 3, 하상]

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

일차함수 $y=2x+5$의 그래프를 y축 방향으로 p만큼 평행이동한 함수식은 $y=2x+5+p$이고, 이 함수가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로 $5=2\times(-1)+5+p$이므로 $p=2$이다.

6. 다음 중 점 $(-1,\ -2)$를 지나는 일차함수 $y=3x+b$가 지나는 점은? (단, b는 상수)

보기

㉠ $(1,\ 3)$ ㉡ $(2,\ 7)$

㉢ $(-2,\ 5)$ ㉣ $(0,\ 1)$

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

일차함수 $y=3x+b$가 $(-1,\ -2)$를 지나므로
$-2=3\times(-1)+b,\ b=1$이므로
주어진 함수는 $y=3x+1$이다.
㉡ $7=3\times2+1$
㉣ $1=3\times0+1$
이므로 ㉡, ㉣은 $y=3x+b$위에 있는 점이다.

7. 일차함수 $y=ax-5$가 점 $(2,\ 3)$을 지날 때, a의 값은?

[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=ax-5$의 그래프 위에 점 $(2,\ 3)$이 있으므로,
$3=a\times2-5$
$a=4$이다.

8. 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+3$의 정의역이 $\{x\mid -2\le x<1$인 정수$\}$일 때, 이 함수의 치역의 모든 원소의 합은? [배점 3, 하상]

① 9 ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ $\frac{23}{2}$ ⑤ 12

해설

일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+3$의 치역은 $\left\{3,\ \frac{7}{2},\ 4\right\}$이다.
따라서 치역의 원소의 합은 $3+\frac{7}{2}+4=\frac{21}{2}$이다.

9. 다음 중 정의역이 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$인 일차함수 $y=-3x+4$의 치역의 원소를 고른 것은?

㉠ 0 ㉡ 1 ㉢ 2

㉣ -3 ㉤ -2

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

일차함수 $y=-3x+4$의 치역은
$\{1,\ -2,\ -5,\ -8,\ -11\}$이다.

10. 다음 중 x 와 y 에 관한 식으로 나타내었을 때, 일차함수가 아닌 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① 하루에 x 원씩 10 일 저축했을 때 저축한 돈 y 원

② 200 원짜리 연필을 x 개 사고 5,000 원을 냈을 때의 거스름돈 y 원

③ 반지름이 x cm 인 원의 둘레 y cm

④ 가로의 길이가 x cm 이고, 세로의 길이가 y cm 인 넓이가 20cm^2 인 직사각형

⑤ 2 명씩 x 줄 서있는 y 명의 사람들

해설

① $y = 10x$

② $y = 5000 - 200x$

③ $y = 2\pi x$

④ $xy = 20$, $y = \frac{20}{x}$ 이므로 분수함수이다.

⑤ $y = 2x$

11. 다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 3$

㉡ $y = x - y + 1$

㉢ $y = x(x - 3)$

㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$

㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $y = 3$ 은 상수함수이다.

㉡ $y = x - y + 1$ 은 $2y = x + 1, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 이므로 일차함수이다.

㉢ $y = x(x - 3)$ 은 이차함수이다.

㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$ 는 $y = x - 2$ 이므로 일차함수이다.

㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$ 은 분수함수이다.

12. 다음 중 일차함수 $y = 2x$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 골라라.

㉠ 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

㉡ 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

㉢ x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

㉣ 원점을 지난다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

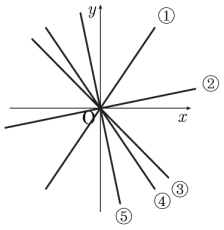
㉠ $-2 = 2 \times (-1)$ 이므로 $(-1, -2)$ 를 지난다.

㉡ 기울기가 양수이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

㉢ 기울기가 양수이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 증가한다.

㉣ $0 = 2 \times (0)$ 이므로 원점을 지난다.

13. 다음 그래프는 $y = 3x$, $y = -2x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = -3x$, $y = -5x$ 를 각각 그래프에 나타낸 것이라고 할 때, 다음 중 $y = -2x$ 를 찾아라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

기울기가 음수이므로 ③, ④, ⑤ 중 하나이다. 기울기가 음수인 그래프 중에 기울기의 절댓값이 가장 작으므로 ③ $y = -2x$ 이다.

14. 일차함수 $f(x) = 5x - 2$ 일 때, $f(2) \times f(3)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

① 100 ② 102 ③ 104

④ 106 ⑤ 108

해설

$f(x) = 5x - 2$ 이므로, $f(2) = 5 \times 2 - 2 = 8$,
$f(3) = 5 \times 3 - 2 = 13$,
$\therefore\ 8 \times 13 = 104$

15. 일차함수 $y = 4x - 3$ 의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{2}{3}$ 만큼 평행이동한 것으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $y = 4x + \frac{1}{3}$ ② $y = 4x - \frac{5}{3}$

③ $y = 4x - \frac{13}{3}$ ④ $y = 4x - \frac{1}{3}$

⑤ $y = -4x - \frac{1}{3}$

해설

$y = 4x - 3$ 의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{2}{3}$ 만큼 평행이동한 것은 $y = 4\left(x + \frac{2}{3}\right) - 3$ 이므로 정리하면 $y = 4x - \frac{1}{3}$ 이다.

16. 다음 중 일차함수 $y = 4x$ 의 그래프를 평행이동한 그래프가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

① $y = 4x + 1$ ② $y - 2 = 4x$

③ $y = 3x + \frac{4}{3}$ ④ $y = 4x + \frac{2}{5}$

⑤ $y + 7 = 4x - \frac{1}{7}$

해설

$y = 4x$ 를 평행이동하면 $y - b = 4(x - a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태가 아닌 것은 ③ $y = 3x + \frac{4}{3}$ 이다. 기울기가 4 가 아닌 것을 보고도 바로 알 수 있다.

17. 다음 보기에서 일차함수 $y=-3x$ 의 그래프를 평행이동하면 겹치는 그래프를 모두 골라라.

보기

㉠ $y=-x+3$ ㉡ $y=-3x+1$

㉢ $y=-\frac{1}{3}x+2$ ㉣ $y=3x$

㉤ $y=-3x+5$ ㉥ $y=3x+1$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

일차함수 $y=-3x$ 를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동하면 $y-b=-3(x-a)$ 의 형태를 가져야 한다. 보기 중 이러한 형태를 가지고 있는 것은 ㉡, ㉤ 뿐이다. 또, 기울기가 다른 그래프는 평행이동하여도 겹칠 수 없다.

18. 일차함수 $f(x)=ax+2$ 에 대하여 $f(1)=2f(0)$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

i) $f(1)=a+2$, $f(0)=2$ 이므로
$a+2=4$, $a=2$ 이다.

ii) $f(x)=2x+2$ 이므로
$f(2)=2\times 2+2=6$ 이다.

19. 다음 중 일차함수를 모두 고르면?

㉠ $y=\frac{2}{x}$ ㉡ $y=-\frac{1}{x}+3$

㉢ $y=\frac{1}{2}x+3$ ㉣ $y=-3(x+1)$

㉤ $y=x(x+1)$ ㉥ $xy=3$

㉦ $y=\frac{x-1}{3}$ ㉧ $y=2x$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉢, ㉣ ② ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

③ ㉣, ㉤, ㉥ ④ ㉢, ㉣, ㉦, ㉧

⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉦

해설

㉤ 이차함수

㉥ $xy=3$ ⇒ $y=\frac{3}{x}$: 일차함수가 아니다.

20. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x$ 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 원점을 지난다.

㉡ 점 $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 지난다.

㉢ 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

㉣ x 의 값이 감소하면 y 값은 감소한다.

㉤ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 그래프가 y 축에서 보다 멀다.

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ $y=-\frac{1}{3}x$ 는 $(0,0)$ 을 지난다.

㉡ $(-1,\ \frac{1}{3})$ 을 함숫값에 대입하면 성립한다.

㉢ $y=-\frac{1}{5}x$ 의 기울기의 절댓값이 $y=-\frac{1}{3}x$ 보다 작으므로 y 축에서 멀리 있다.

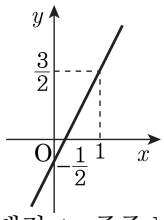
21. 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+a$ 의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행이동하면 점 $(2,\ -6)$을 지난다고 할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [배점 4, 중중]

① -7 ② -5 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

일차함수 $y=\frac{1}{2}x+a$ 의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행 이동한 함수는 $y=\frac{1}{2}x+a+b$이고,
이 그래프 위에 점 $(2,\ -6)$가 있으므로
$-6=\frac{1}{2}\times 2+a+b$이다.
$\therefore a+b=-7$이다.

22. 일차함수 $y=ax-\frac{1}{2}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그래프 $y=2x+a$ 위의 점이 아닌 것은?



[배점 4, 중중]

① $(1,\ 4)$ ② $(-1,\ 0)$ ③ $(2,\ 6)$

④ $(-\frac{1}{2},\ 1)$ ⑤ $(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{2})$

해설

$y=ax-\frac{1}{2}$은 점 $(1,\ \frac{3}{2})$을 지나므로
$x=1,\ y=\frac{3}{2}$을 대입하면
$\frac{3}{2}=a\times 1-\frac{1}{2}$, $a=2$이므로
주어진 함수는 $y=2x+2$이다.
⑤ $\frac{1}{2}\neq 2\times(-\frac{3}{2})+2$이므로 $(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{2})$은
$y=2x+2$ 위의 점이 아니다.

23. 두 일차함수 $y=-4x+b$, $y=ax+4$ 가 서로 점 $(2,\ -6)$에서 만난다. 이때, 다음 중 그래프 $y=ax+b$ 위의 점의 개수는?

보기

㉠ $(1,\ -3)$ ㉡ $(0,\ 2)$

㉢ $(-3,\ 17)$ ㉣ $(-1,\ 7)$

㉤ $(\frac{1}{5},\ 1)$

[배점 4, 중중]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 함수의 그래프가 모두 점 $(2,\ -6)$을 지나므로
$-6=-4\times 2+b$, $-6=a\times 2+4$가 성립한다.
$\therefore b=2,\ a=-5$
따라서 주어진 일차함수는 $y=-5x+2$이고
㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤은 모두 $y=-5x+2$ 위의 점이다.

24. 두 일차함수 $y=ax-3$, $y=5x-2$의 그래프가 모두 점 $(2,q)$를 지날 때, 상수 a,q의 차 $a-q$의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$y=5x-2$의 그래프 위에 점 $(2,q)$가 있으므로,
$q=5\times2-2=8$이 성립한다.
또한 점 $(2,\ 8)$이 $y=ax-3$의 그래프 위에 있으므로
$8=a\times2-3$
$a=\frac{11}{2}$ 이다.
$\therefore\ a-q=\frac{11}{2}-8=-\frac{5}{2}$

25. 점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점일 때, k^2-2k의 값은? [배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점이므로 $x=3k$, $y=k$를 대입하면,
$k=-2\times3k+7$이 성립하므로
$7k=7$
$k=1$이다.
$\therefore\ k^2-2k=1^2-2\times1=-1$이다.

26. 일차함수 $f(x)=(2m-1)x-2m$에서 $3f(-1)+\frac{1}{2}f(0)=f(n)$, $f(2)=4$일 때, $m+2n$의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$f(2)=4$이므로
$4=(2m-1)\times2-2m$,
$2m=6$, $m=3$
$\therefore f(x)=5x-6$
$3f(-1)+\frac{1}{2}f(0)=3\times(-11)+\frac{1}{2}\times(-6)=-36$
$f(n)=-36$이므로 $5n-6=-36$, $n=-6$
$\therefore\ m+2n=3+2\times(-6)=-9$

27. 함수 f가 $f(x)=x+[\,x\,]$일 때 $f(392)$의 값을 구하여라. (단, $[\,x\,]$는 x의 배수 중 1000에 가장 가까운 수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1568

해설

392의 배수 중 1000에 가장 가까운 수는 1176이므로
$f(392)=392+[\,392\,]=392+1176=1568$

28. 다음 중 일차함수인 것의 개수를 구하여라.

㉠ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0,\ b \neq 0,\ c = 0$ 인 경우

㉡ $ay = bx + c$ 에서 $a = 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 인 경우

㉢ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0,\ b = 0,\ c \neq 0$ 인 경우

㉣ $ay = bx + c$ 에서 $a = 0,\ b = 0,\ c = 0$ 인 경우

㉤ $ay = bx + c$ 에서 $a \neq 0,\ bc = 0$ 인 경우

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$ay = bx + c$ 에서

㉠ $a \neq 0,\ b \neq 0,\ c = 0$ 인 경우는 x 의 계수가 0 이 되지 않으므로 일차함수이다.

㉡ $a = 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 인 경우는 y 항이 0 이 되어 없어지므로 일차함수가 아니다.

㉢ $a \neq 0,\ b = 0,\ c \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수가 0 이 되므로 일차함수가 아니다.

㉣ $a = 0,\ b = 0,\ c = 0$ 인 경우는 $0 = 0$ 이 되므로 일차함수가 아니다. (항등식이다.)

㉤ $a \neq 0,\ bc = 0$ 인 경우는

$a \neq 0,\ (b = 0,\ c \neq 0),\ (b \neq 0,\ c = 0),\ (b = 0,\ c = 0)$ 이므로 이 조건만으로는 알 수 없다.

일차함수라 말할 수 없다.

29. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $y = 2x(x-1)$ ② $y = \frac{1}{x} + 3$

③ $-y = 2(x+y) + 1$ ④ $y = \frac{x}{5} - 6$

⑤ $x = 2y + x + 1$

해설

① $y = 2x^2 - 2x$: 이차함수

② $y = \frac{1}{x} + 3$: 분수함수

⑤ $y = -\frac{1}{2}$: 상수함수

30. 일차함수 $y = -x + 2$ 의 정의역이 $\{x \mid -4 \leq x \leq 4\}$ 일 때, 치역은? [배점 5, 중상]

① $\{y \mid -6 \leq y \leq -2\}$ ② $\{y \mid -6 \leq y \leq 2\}$

③ $\{y \mid -2 \leq y \leq -4\}$ ④ $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

⑤ $\{y \mid -2 \leq y \leq 6\}$

해설

$x = -4$ 일 때, $y = 4 + 2 = 6$

$x = 4$ 일 때, $y = -4 + 2 = -2$

따라서 치역은 $\{y \mid -2 \leq y \leq 6\}$ 이다.

31. $y = ax - 3$ 의 그래프가 점 $(-3,\ -2)$ 를 지날 때, 이 직선의 기울기를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$y = ax - 3$ 에 점 $(-3,\ -2)$ 를 대입하면

$-2 = -3a - 3$

$3a = -1$

$a = -\frac{1}{3}$

32. 다음 중 y 가 x 에 대한 일차함수인 것은?

[배점 5, 중상]

① 삼각형의 한 각의 크기가 $x°$ 일 때, 이 삼각형의 총 내각의 합은 $y°$ 이다.

② 원의 지름의 길이가 $x$cm 일 때, 이 원의 넓이는 $y$cm^2 이다.

③ 1 학기 중간고사에서 x 점, 기말고사에서 80 점을 맞았을 때, 1 학기 평균 점수는 y 점이다.

④ 1 문제당 x 분 걸리는 수학문제를 1 시간 동안 총 y 문제 풀었다.

⑤ 1000ml 의 우유를 한 컵에 $x$ml 씩 따랐더니 y 컵이 되었다.

해설

① $y = 180$

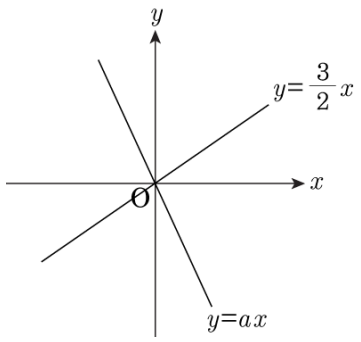
② $y = \dfrac{\pi x^2}{4}$

③ $y = \dfrac{80 + x}{2}$

④ $xy = 60$

⑤ $xy = 1000$

33. 일차함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?



[배점 5, 중상]

① $-\dfrac{4}{3}$ ② $-\dfrac{8}{5}$ ③ $-\dfrac{1}{2}$

④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax$ 의 그래프는 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 함수인 것을 알 수 있다.
따라서 기울기 $a < 0$ 이 되어야 한다.
또한 $y = \dfrac{3}{2}x$ 보다 y 축에 가깝게 있으므로 기울기의 절댓값이 $\dfrac{3}{2}$ 보다 커야한다.
조건을 만족하는 a 의 값은 $-\dfrac{8}{5}$ 이다.

34. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 $y = 2x + 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로
$y = a(x + 2) + b - 3 = ax + 2a + b - 3$
이것이 $y = 2x + 4$ 의 그래프와 일치하므로 $a = 2$
$2a + b - 3 = 4$ 에서 $b = 3$
$\therefore\ a + b = 5$

35. 일차함수 $y = 2ax + 1$ 이 $b \le x \le 6$ 인 범위에서 $-1 \le y \le 3$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

1) $a > 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = 2ax + 1$ 은 두 점 $(b,\ -1)$, $(6,\ 3)$ 을 지난다.

$$\begin{cases} -1 = 2ab + 1 \\ 3 = 12a + 1 \end{cases}$$

$\therefore\ a = \dfrac{1}{6},\ b = -6$

$\therefore\ ab = -1$

2) $a < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = 2ax + 1$ 은 두 점 $(b,\ 3)$, $(6,\ -1)$ 을 지난다.

$$\begin{cases} 3 = 2ab + 1 \\ -1 = 12a + 1 \end{cases}$$

$\therefore\ a = -\dfrac{1}{6},\ b = -6$

$\therefore\ ab = 1$

따라서 ab 의 값은 1 또는 -1 이다.