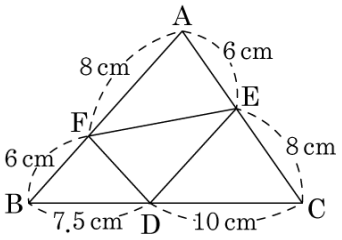
단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$ 중에서 $\triangle ABC$의 변과 평행한 선분의 길이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 cm

해설

$7.5 : 10 = 6 : 8$이므로 $\overline{FD} \parallel \overline{AC}$

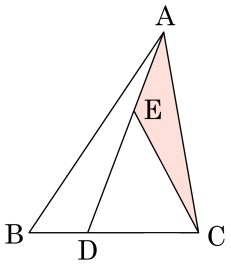
$8 : 6 = 10 : 7.5$이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$

$\overline{FD} = 14 \times \frac{6}{14} = 6(\text{cm})$

$\overline{ED} = 14 \times \frac{8}{14} = 8(\text{cm})$

$\therefore \overline{FD} + \overline{ED} = 6 + 8 = 14(\text{cm})$

2. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $180\,\text{cm}^2$ 이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$, $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle AEC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $48\,\text{cm}^2$

해설

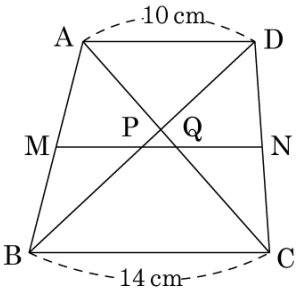
$\triangle AEC = \frac{2}{5} \times \triangle ADC$

$= \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \triangle ABC$

$= \frac{4}{15} \times \triangle ABC$

$= \frac{4}{15} \times 180 = 48(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 cm

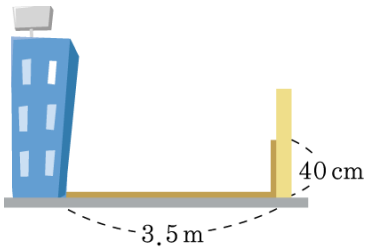
해설

$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 7\ (\text{cm})$

$\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = 5\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ} = 7 - 5 = 2\ (\text{cm})$

4. 길이가 1 m 인 막대기의 그림자가 2 m 가 될 때, 빌딩의 그림자가 3.5 m 떨어진 벽면에 높이 40 cm 까지 생겼다고 한다. 이 빌딩의 높이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2.15 m

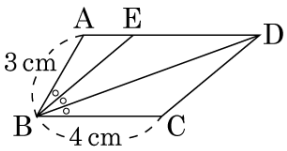
해설

빌딩의 높이를 x 라 하면

$1 : 2 = (x - 0.4) : 3.5$

$x = 2.15$ (m)

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle EBD = \angle DBC$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{3}$ cm

해설

△ABE 와 △CBD 에서 $\angle A = \angle C$ (평행사변형의 대각)

$\angle ABE = \angle CBD$ 이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AE} : \overline{CD}$ 에서

$3 : 4 = \overline{AE} : 3 \rightarrow \overline{AE} = \frac{9}{4}$cm

$\therefore\ \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$

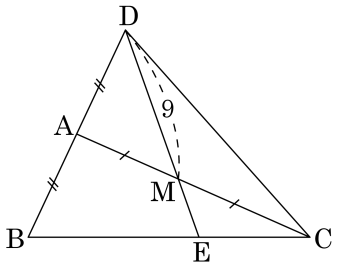
△ABD 에서 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{EA}$

$\overline{BD} : 3 = \frac{7}{4} : \frac{9}{4}$

$\therefore\ \overline{BD} = \frac{7}{3}$cm

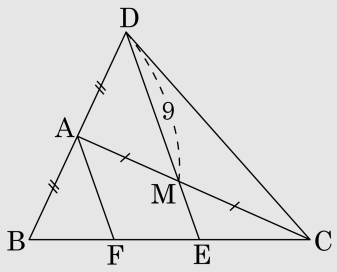
6. 다음 그림의 △ABC 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 M , 점 D 와 M 을 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{DM} = 9$ 일 때, $\overline{ME}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 5 ② 4.5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2.5

해설



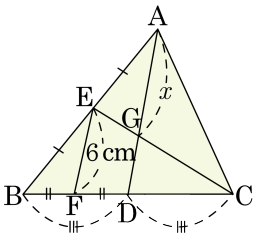
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\triangle AFM \equiv \triangle CEM$

$\therefore \overline{FM} = \overline{ME}$

$\overline{DF} = \overline{FE}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{FM} = 2 : 1$

$\therefore \overline{ME} = \overline{FM} = \overline{DM} \times \frac{1}{3} = 9 \times \frac{1}{3} = 3$

7. 다음 그림에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G 라고 한다. $\overline{EF} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 5cm ② 6cm ③ 7cm

④ 8cm ⑤ 9cm

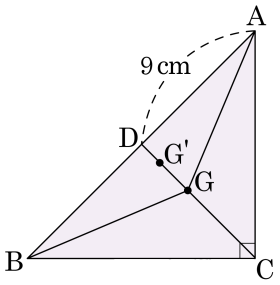
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{BF} = \overline{FD}$ 이므로 $\overline{AD} = 2\overline{EF} = 12\,(\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 12 = 8\,(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 G 와 점 G′ 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABG$ 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm

④ 3.5cm ⑤ 4.5cm

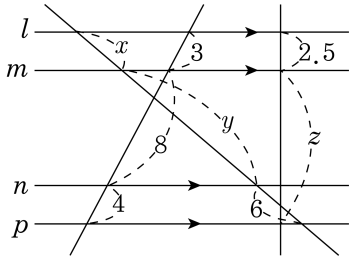
해설

점 G 가 무게중심이므로 점 D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고 직각삼각형의 빗변의 중점은 삼각형의 외심이므로 $\overline{CD} = \overline{AD} = \overline{DB}$ 이다.

따라서 $\overline{DC} = 9(\text{cm})$, $\overline{DG} = 3(\text{cm})$ 이고, 점 G′ 이 삼각형 ABG 의 무게중심이므로 $\overline{DG'} = 1\text{cm}$ 이다.

따라서 $\overline{GG'} = 3 - 1 = 2(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림에서 $l \,//\, m \,//\, n \,//\, p$ 일 때, $x+y+z$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

① 25 ② 25.5 ③ 26

④ 26.5 ⑤ 27

해설

$x : 3 = 6 : 4$ 이므로 $x = 4.5$

$y : 8 = 6 : 4$ 이므로 $y = 12$

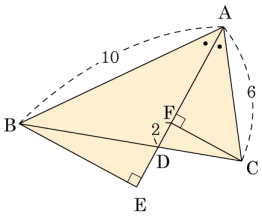
$3 : 2.5 = (8+4) : z$ 이므로 $6 : 5 = 12 : z$

$6z = 60$

$z = 10$

$\therefore\ x + y + z = 4.5 + 12 + 10 = 26.5$

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{10}{3}$

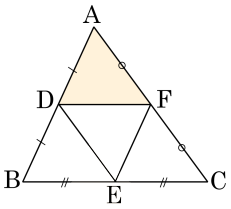
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$ 이다.

$\triangle BED$ 와$\triangle CFD$ 는 두 각이 같으므로 닮음이다.

따라서 $\overline{DE} : \overline{FD} = 5 : 3 = \overline{DE} : 2$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{10}{3}$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$의 중점이다. $\triangle ADF$의 넓이가 $5cm^2$일 때, $\square BDFC$의 넓이는?



[배점 5, 중상]

① $12cm^2$ ② $13cm^2$ ③ $14cm^2$

④ $15cm^2$ ⑤ $16cm^2$

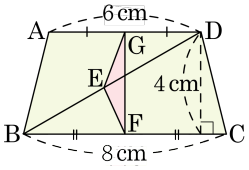
해설

$\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle DEF \equiv \triangle FEC$ (SSS 합동)이므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$4 \times \triangle ADF = 4 \times 5 = 20(cm^2)$이다.

따라서 $\square BDFC$의 넓이는 $20 - 5 = 15(cm^2)$이다.

12. $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{BC} = 8cm$, 높이가 4cm인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$의 중점을 각각 G, F, E라고 할 때, $\triangle EFG$의 넓이를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ 2

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{GF}$ 의 교점을 H 라 하면 $\triangle DGH \backsim \triangle BFH$ 이고 닮음비는 3 : 4 이므로 $\overline{HD} = \frac{3}{7}\overline{BD}$, $\overline{EH} = \overline{DE} - \overline{DH} = \frac{1}{14}\overline{BD}$ 이므로 $\overline{EH} : \overline{DH} = \frac{1}{14} : \frac{3}{7} = 1 : 6$

$\triangle EGH = \frac{1}{7}\triangle DGE = \frac{1}{7} \times \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{28}\triangle ABD$

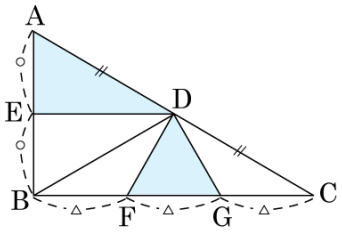
마찬가지 방법으로 $\triangle EFH = \frac{1}{28}\triangle DBC$

따라서

$\triangle EFG = \frac{1}{28}\square ABCD$

$= \frac{1}{28} \times \left\{\frac{1}{2} \times (6+8) \times 4\right\} = 1$ 이다.

13. 그림 그림에서 $\overline{BD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이고, 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 이등분점, F, G 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이다. $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AED$ 와 $\triangle DFG$ 의 넓이의 합은?



[배점 5, 중상]

① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 14cm^2

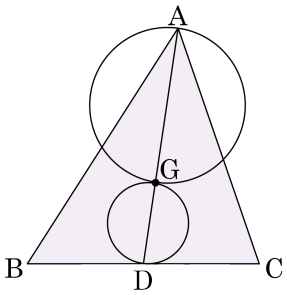
④ 16cm^2 ⑤ 18cm^2

해설

$\overline{BD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 는 각각 12cm^2 이다. 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 이등분점이므로 $\triangle AED = 6\text{cm}^2$, 점 F, G는 $\overline{BC}$의 상등분점이므로 $\triangle DFG = \frac{1}{3}\triangle BCD = \frac{1}{3} \times 12 = 4\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\triangle AED$ 와 $\triangle DFG$ 의 넓이의 합은 $6\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 = 10\text{cm}^2$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$, $\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 6 : 1 ② 5 : 1 ③ 4 : 1

④ 3 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G 가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 $\overline{AG}$: $\overline{GD} = 2 : 1$ 이다.

$\overline{GD}$ 의 길이를 a 라고 하면

$\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\frac{a^2}{4}\pi$ 이고,

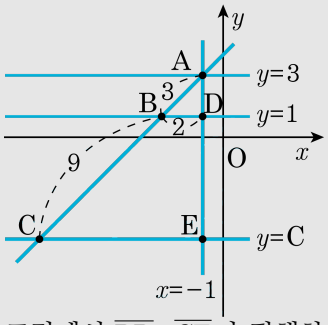
$\overline{AG}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$ 이므로 넓이의 비는 4 : 1 이다.

15. 직선 $y = ax + b$ 가 세직선 $y = 3$, $y = 1$, $y = c$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하고, 점 A 를 지나는 직선 $x = -1$ 이 $y = 1$, $y = c$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 한다. $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{BD} = 2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $c < 1$) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설



그림에서 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$가 평행하므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$

$3 : 9 = 2 : 1 - c$

$\therefore\ c = -5$

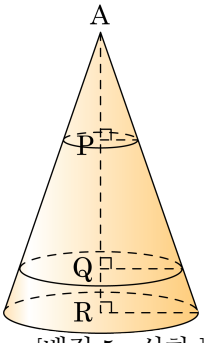
두 점 A$(-1,\ 3)$, B$(-3,\ 1)$이 직선 $y = ax + b$ 위에 있으므로 대입하면

$3 = -a + b,\ 1 = -3a + b$

두 식을 연립하면 $a = 1,\ b = 4$

$\therefore\ a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$

16. 다음 그림과 같은 원뿔에서 높이의 비가 $\overline{AP}$: $\overline{PQ}$: $\overline{QR}$ =2 : 2 : 1이 되게 밑면을 평행하게 잘랐다. 가운데 원뿔대의 부피가112 cm^3 일 때, 전체 원뿔의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

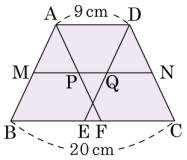
▷ 정답 : 250 cm^3

해설

세 원뿔의 닮음비가 2 : 4 : 5이므로 부피의 비는 8 : 64 : 125이다. 가운데 원뿔대의 부피는 전체 원뿔의 $\frac{56}{125}$ 이므로

(전체 원뿔의 부피) $= \frac{125}{56} \times 112 = 250(\text{cm}^3)$

17. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AF} /\!/ \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, , $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$ cm

해설

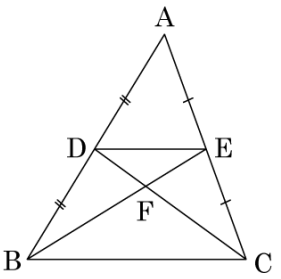
$\overline{MN} = \frac{1}{2}(20 + 9) = \frac{29}{2}\,(\text{cm})$

$\overline{MQ} = \overline{PN} = \overline{AD} = 9\,(\text{cm})$ 이므로

$\overline{MN} = 9 + 9 - \overline{PQ} = \frac{29}{2}$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{7}{2}\,(\text{cm})$

18. 다음 △ABC 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. △ABC = 48 cm^2 일 때, △DEF 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 cm^2

해설

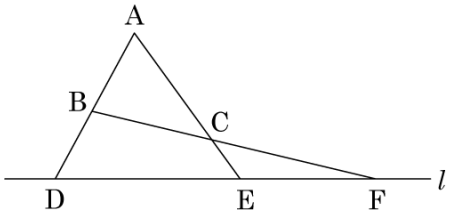
점 F 가 △ABC 의 무게중심이므로

$\triangle FBC = \frac{1}{3}\triangle ABC = 16\ (\text{cm}^2)$

$\triangle DEF : \triangle FBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle FBC = 4\ (\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 △ABC 의 세 변 AB, AC, BC 의 연장선이 직선 l 과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 한다. $\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 1$, $\overline{AC} : \overline{CE} = 3 : 1$ 일 때, $\overline{CF} : \overline{BC}$ 를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1 : 1

해설

점 A, B, C 에서 직선l에 내린 수선의 발을 각각 A′, B′, C′ 이라 하면

$\overline{AA'} // \overline{BB'}$ 이므로

$\overline{AA'} : \overline{BB'} = \overline{AD} : \overline{BD} = 2 : 1$

$\therefore \dfrac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \dfrac{1}{2} \cdots ㉠$

또, $\overline{AA'} // \overline{CC'}$ 이므로

$\overline{AA'} : \overline{CC'} = \overline{AE} : \overline{CE} = 4 : 1$

$\therefore \dfrac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{1}{4} = 4 \cdots ㉡$

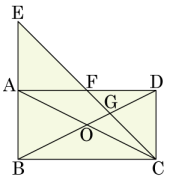
한편, $\overline{BB'} // \overline{CC'}$ 이므로

㉠, ㉡에서 $\dfrac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}} \times \dfrac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}} = \dfrac{1}{2} \times 4 = 2$

즉, $\overline{BB'} : \overline{CC'} = 2 : 1$ 이므로

$\overline{CF} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 가로 12 , 세로 6 인 직사각형 ABCD 의 변 AB 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 점 E 를 잡고, 선분 CE 가 변 AD , 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 F, G 라 할 때, 삼각형 OCG 의 넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

삼각형 AEF, CDF 에서 $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\angle AFE = \angle CFD$, $\angle EAF = \angle FDC$ 이므로

두 삼각형은 합동이고 $\overline{AF} = \overline{FD}$

점 F 는 선분 AD 의 중점, 점 O 는 선분 AC 의 중점이므로 점 G 는 삼각형 ACD 의 무게중심이다.

따라서 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 12 = 72$

이므로 삼각형 OCG 의 넓이는 $72 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{6} = 6$